

# 復旦大學

学 位 论 文



独立信号、主独立信号分析

及其应用性研究

**Studies on ICA, PICA  
and Their Applications**

系 (所) : 电子工程系

专 业 : 无线电电子学

姓 名 : 罗 杰

攻读学位 : 硕 士

指导教师 : 凌燮亭 教授

完成日期 : 1998年5月18日

## 摘要

独立信号分析是近几年信号处理领域兴起的热点问题。其主要目的是在未知源信号及其传输特性的前提下,仅从接收的混合信号中提取或表达出独立源信号的信息。实际中,独立信号分析被广泛应用于包括盲信号分离、特征提取、生物信号分析及盲信道均衡等多个领域。其中以分离全部源信号为目标的盲信号分离问题,更可以说是独立信号分析概念的起源。在独立信号分析中,如果源信号为平稳随机信号,则通常网络输出的独立性必须通过引入信号的高阶统计量来保证。近年来的独立元分析及盲信号分离的算法主要可以分为两个方向。一些非线性算法试图通过适当的非线性函数来引入信号的高阶统计信息。而另一类算法则直接从信息论及信号的独立性要求出发,设计代价函数,进而生成学习算法。虽然这些算法起源于不同的思路,但近期的研究表明,在一定意义下,他们几乎都是在极大化网络输出信号的“非高斯测度”。实际上,无论哪一类方法,运算复杂度及网络的收敛性都是长期阻碍算法应用的主要问题。本文提出了两个基于信号高阶累积量的独立元分析的新算法。与以往的方法不同的是,我们的算法直接从极大化信号的非高斯测度出发,这使得算法相对简单。文章中对主要算法给出了收敛性的详细讨论。同时,利用信号的“互非高斯测度”因子,我们还提出了一个主独立信号分析的新概念。通过从检测信号中提取一些先验信息,我们可以在不进行盲信号分离的前提下直接得到我们所要的信号。

本文的主要贡献在于三个方面:1、直接从信号的“非高斯测度”及“互非高斯测度”出发来设计学习算法,在独立信号分析领域有一定的新意。算法的起源就只牵涉到信号的二阶及四阶统计量,与基于熵极大理论的方法相比,相对简单。2、主独立元分析的概念提出了独立信号分析的一个新的应用方向。与以往的分所有源信号的盲信号分离方法不同,直接从混合信号中提取特定的个别信号,显然能够极大地简化网络的复杂程度。同时,本文所提出的主独立元分析算法有全局收敛的特性,这一性能在由高阶方程构成的网络中是较为难得的。3、在码分多址通信方面的一些新思路,也给主独立元分析的应用展示了一个充满希望的前景。

## Abstract

Independent Component Analysis (ICA) is a recently developed signal processing technique whose goal is to estimate and realize a set of statistically independent component variables from their linear combinations. The main applications of ICA are in blind source separation (BSS), feature extraction, and, in a slightly modified form, blind deconvolution. The present applications of ICA algorithms are mainly in the BSS area, which try to extract all the independent sources from their linear mixtures. Usually, high-order statistics must be introduced to ensure the independence of the outputs. Quite a few network structures and algorithms have been proposed in the past few years. The nonlinear algorithms try to use suitable nonlinear functions to provide high-order statistical information, and other cumulant based algorithms just start directly from the independence requirements. Though these algorithms are developed from different ideas, recent result show they all tend to maximize the 'non-gaussianity' of the outputs to some extent. The convergence and the computational complexity remain the main problems in the implementation of these algorithms. In this paper, two new cumulant-based algorithms are proposed. Unlike former methods, our algorithms start directly from the 'non-gaussianity' criteria. The relatively simpler network structures are given and the convergence of the algorithms is thoroughly discussed. With the 'cross-non-gaussianity', a new Principal Independent Component Analysis (PICA) concept is also proposed. By extracting some useful information, we now can get the right signal directly without separating all the Independent Components (ICs).

The contribution of this paper is mainly addressed in three aspects. 1. Starting from the 'auto-' and the 'cross-non-gaussianity' criterion is a new idea of the ICA. It involves up to the fourth-order cumulants, relatively simpler than the entropy-based algorithms. 2. The PICA gives a new concept to the ICA applications. Unlike former BSS methods, extracting the desired signal directly will obviously simplify the network structure. And in addition, the PICA algorithm proposed in this paper is proved to be globally convergent, which can be regarded as an uncommon feature among networks based on high-order learning rule. 3. Some new ideas also show a hopeful prospect of the PICA concept in applications.

# 目 录

摘要.....	(1)
Abstract.....	(2)
第一章 概述.....	(5)
1.1 引言.....	(5)
1.1.1 独立信号分析及其应用.....	(5)
1.1.2 独立信号分析问题的提出.....	(5)
1.2 独立信号分析方法综述.....	(6)
1.2.1 单输出结构的盲信道均衡算法.....	(7)
1.2.2 基于非线性学习算法的盲信号分离设计.....	(8)
1.2.3 构造代价函数实现盲信号分离的方法.....	(11)
1.2.4 利用信号的非平稳特性实现盲信号分离的方法.....	(12)
1.2.5 其它算法.....	(12)
第二章 基于“非高斯测度”独立信号分析.....	(14)
2.1 主要定义及函数.....	(14)
2.2 单个独立信号的提取.....	(16)
2.2.1 网络结构.....	(16)
2.2.2 算法及收敛性分析.....	(17)
2.2.3 单输出结构在盲信道均衡中的应用.....	(19)

2.2.4	多信号类型下的收敛性讨论.....	(19)
2.3	多个独立信号的提取及其在盲信号分离中的应用.....	(20)
2.3.1	网络结构.....	(20)
2.3.2	算法及收敛性分析.....	(20)
2.3.3	多信号类型下的收敛性讨论.....	(22)
2.4	离散域叠代算法.....	(23)
2.5	计算机模拟结果.....	(24)
2.6	算法总结.....	(25)
第三章	基于高阶互相关的“主独立信号分析”.....	(27)
3.1	主独立信号分析概念的提出.....	(27)
3.2	单输出结构.....	(27)
3.2.1	网络结构.....	(28)
3.2.2	算法及收敛性分析.....	(28)
3.2.3	多信号类型下收敛性讨论.....	(29)
3.3	多输出结构.....	(29)
3.3.1	网络结构.....	(29)
3.3.2	算法及收敛性讨论.....	(30)
3.3.3	多信号类型下的收敛性讨论.....	(31)
3.4	多参考信号扩展.....	(32)
3.4.1	网络结构.....	(32)
3.4.2	算法及收敛性证明.....	(33)

---

3.5 离散域叠代算法.....	(34)
3.6 计算机模拟结果.....	(35)
3.7 算法总结.....	(36)
第四章 算法的优缺点分析及改进.....	(37)
4.1 算法的优缺点概述.....	(37)
4.2 基于在线矩估计的改进方案.....	(37)
4.3 计算机模拟结果.....	(40)
第五章 主独立信号分析思想在 CDMA 通信中的应用.....	(43)
5.1 CDMA“远 - 近”问题概述.....	(43)
5.2 小信号干扰下的解决方案.....	(44)
5.3 同信号类型下的解决方案.....	(45)
5.4 计算机模拟结果.....	(46)
第六章 总结及展望.....	(50)
附录 A：幅度收敛证明.....	(52)
参考文献.....	(53)
致谢.....	(55)

# 第一章 概述

## 1.1 引言

在很多的实际应用场合，我们通常会碰到一些相似的问题。有多个独立信号源，通过传输网络达到接收端，源信号与传输网络对于我们来说都是未知的，然而我们却要从接收到的混合信号中提取出一个或是多个源信号。传统的盲信号分离问题是在分离出所有源信号的要求下提出的，而独立信号分析实际上只是一个更加广义的提法<sup>[1]</sup>。

### 1.1.1 独立信号分析及其应用

现有的独立信号分析的很多应用，从一定意义上来说，都可以等效为盲信号分离问题。

在盲信道均衡问题中，信号通过未知的网络达到接收端。为了消除由于传输信道带来的码间窜扰，需要在仅知道接收信号的前提下设计均衡网络。传统的盲信道均衡方法假设传输信号的码间相互独立。仅利用这一假设，通过使输出信号重新恢复码间独立的办法来实现信道均衡。事实上，如果信号满足码间独立的要求，那么传统的盲均衡问题可以等效为盲信号分离问题。

在无源声纳系统、雷达系统中，通常也是利用传感器阵列接收多个信号源发出的信号，这些源信号可能是完全未知的，而传输信道的特性同样也是未知的。系统需要仅从这些混合信号中提取出独立源信号的信息。

在生物信号处理领域，利用体表电极探测肌点、心电及脑电信号具有非常重要的意义。这些生物信号与体表电极间的传输介质通常因人而异。我们见到的胎儿心电提取，及脑电信号分析等问题，都是独立信号分析问题的应用实例。

在声控系统中，我们通常面临着在嘈杂的环境中辨识及跟踪某个音源信号的问题。而实际中，我们几乎无法预先知道源信号与接收器之间的相对位置。这事实上也是一个典型的独立源提取的问题。

在图象校正中，我们需要从已经产生变形的结果中恢复出原有的图象。而原始图象及变形的方式通常是不能够预先知道的。同时，变形的形式也可能是多方面的。

而且，独立信号分析的应用并不局限于信号处理领域，在半导体制造工艺、电路测试与诊断等方面都可能利用盲信号分离的思想来解决某些关键问题。

### 1.1.2 独立信号分析问题的提出

在经典的独立信号分析问题中<sup>[2]</sup>，我们假设有  $n$  个统计独立的非高斯复数信号源，记为  $s = [s_1 \ s_2 \ \dots \ s_n]^T$ 。通过传感器接收到的是  $m \geq n$  个线性混合信号，记为  $x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_m]^T$ 。用矩阵的形式可以表示为：

$$x = As \quad (1-1)$$

其中  $A$  为  $m \times n$  阶复数混合矩阵，它反映的是介质或信道的传输特性。而  $x$  与  $s$  则分别被称为是混合信号矢量及源信号矢量。为了保证解的存在性，我们通常要求  $A$  矩阵满列秩。

独立信号分析的基本网络结构可以表示为：

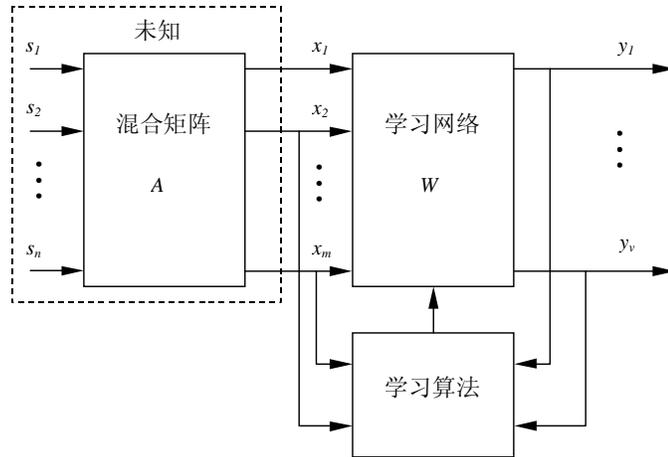


图 1-1 基于神经网络的独立信号分析原理图

这里  $y = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_v]^T$  为输出矢量。独立信号分析的目的就是在未知混合矩阵  $A$  及源信号矢量  $s$  的情况下，从混合信号  $x$  中提取出一个或多个独立源信号。当  $v = m = n$  时，图 1-1 所示的结构即为基本的盲信号分离网络。通常情况下，传统的盲信号分离结果有一定的不确定性。几乎所有的算法对网络权进行调整，都使输出满足：

$$y = DP_s = Qs \quad (1-2)$$

其中  $D$  为对角阵,  $P$  为交换阵,  $Q$  被称为广义交换阵, 其每行每列都有且仅有一个非零元。也就是说, 输出信号的排列顺序及幅度都是不确定的<sup>[3][4]</sup>。

## 1.2 独立信号分析方法综述

虽然独立信号分析是近几年才被提出来的新概念, 但实际上, 作为独立信号分析的经典应用的盲信道均衡及盲信号分离问题一直是人们关注的热点。

在单信号源的盲信道均衡中<sup>[5]</sup>, 假设源信号平稳且码间独立。那么把源信号及其延迟作为网络源输入, 利用信号的高阶统计量, 使网络获得独立信号输出。无论网络收敛的结果是源信号的哪一个延迟, 我们都可以认为是已完成了信道均衡的任务。因此, 部分盲均衡算法可以认为是“多输入 - 单输出”的独立元分析问题。即对应于图 1-1 中  $v=1$  的情况。

对于输出个数与信号源数目相等的  $v=n$  的盲分离问题, 通常又可以分为三类<sup>[3][4]</sup>。首先在假设源信号为平稳随机信号的前提下, 盲分离问题必须利用信号的高阶统计特性。一类非线性算法的思路是通过非线性函数来提供高阶统计信息。这类方案先设计出算法框架, 再挑选合适的非线性函数使网络满足稳定性要求。通常被称为是“自下而上”的设计思路。另一类算法直接从信息论中信号的独立性要求出发, 先设计出网络代价函数, 然后利用梯度算法生成网络学习规则。这类算法通常是直接利用信号的高阶累积量参与计算, 也被称为是“自上而下”的设计思路。另外, 在假设源信号为非平稳随机信号的场合, 利用非平稳特性, 在两阶矩运算下实现盲信号分离, 也是一个重要的算法分支。

正如前面所提到的, 由于盲分离的算法结果中通常存在不确定性, 因此几乎在所有的应用中, 输出的个数要么为 1, 要么为  $n$ 。在现有的算法中, 取  $1 < v < n$  几乎毫无实际意义。不过, 在后面的讨论中, 我们可以看到, 由于克服了以往结果的不确定性。我们提出的主独立信号分析的思想使得  $v < n$  的多输出结构同样有其独特的实际应用价值。

### 1.2.1 单输出结构的盲信道均衡算法

自从 91 年 Tong Lang 教授提出了利用过采样技术, 可以在两阶矩的意义下实现信道均衡的思想后<sup>[6][7]</sup>, 利用高阶矩实现盲信道均衡的方法已经逐渐为人们所淡忘。只是在近期, 考虑同时实现多信号源的分离与均衡的问题时, 高阶矩

算法才重新被提了出来<sup>[8]</sup>。这里提及的，是与本文联系最密切的一个直接利用信号的高阶统计量实现独立信号输出的例子。事实上，这个例子可以说是本文算法的起源。

在文献[9]的盲均衡思想中，设 MA 信道的 Z 域传输特性为，

$$H(Z) = \sum_{i=0}^L h(i)Z^{-i} \quad (1-3)$$

其中  $L$  为信道阶数。网络结构如图 1-2 所示

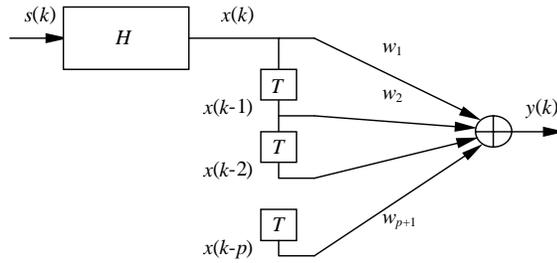


图 1-2 高阶矩算法盲均衡网络结构

这里  $p$  为均衡网络阶数，在传统的盲信道均衡中，总是假设  $p$  足够大，使得截断效应可以忽略。与图 1-1 相比较，这里的输入信号矢量是  $s = [s(k), s(k-1), \dots, s(k-p)]^T$ ，接收信号矢量是  $x = [x(k), x(k-1), \dots, x(k-p)]^T$ 。 $w = [w_1, w_2, \dots, w_{p+1}]^T$  为网络权矢量，而近似的混合矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} h(0) & h(1) & \dots & h(L) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & h(0) & h(1) & \dots & h(L) & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & h(0) & h(1) & \dots & h(L) \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & h(0) & h(1) \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & h(0) \end{bmatrix} \quad (1-4)$$

网络的输入输出关系可以用下式表示

$$y = w^T x \cong w^T A s \quad (1-5)$$

文献中取网络的代价函数为

$$E(y) = \text{Sgn}(K(s)) \left[ E\{|y|^4\} - 2E^2\{|y|^2\} - |E\{y^2\}|^2 \right] \quad (1-6)$$

这里  $\text{Sgn}(\cdot)$  是符号函数， $E\{\cdot\}$  为数学期望，而  $K(s) = E\{|s|^4\} - 2E^2\{|s|^2\} - |E\{s^2\}|^2$  是信号  $s$  的 4 阶累积量。通过极大化代价函数，用梯度法并经过近似，生成的学习算法为，

$$\frac{dw}{dt} = \text{Sgn}(K(s)) \left[ E\{|y|^2 y x^*\} - E\{y^2\} E\{y^* x^*\} \right] \quad (1-7)$$

这里  $y^*$  表示对  $y$  取共轭。同时，为了保证算法不发散，在每一个学习步骤完成后，要对权向量进行一次归一处理。理论推导表明，网络最终将收敛到源信号或某个延迟信号，而且，从这个意义上来讲，网络的收敛性是可以保证的。这一算法事实上是通过极大化信号的 4 阶累积量来获得独立信号输出的一个典型实例。

### 1.2.2 基于非线性学习算法的盲信号分离设计

利用线性算法可以在二阶统计意义下去除信号的相关性，那么，为了引入信号的高阶统计信息，直接修改原有的算法，利用非线性函数来代替线性函数，就成了一个比较自然的思路。这类非线性算法可以说是当今独立信号分析领域中最重要也是最流行的一类。

#### 1. H - J 算法

1991 年，J. Herault 与 C. Jutten 提出了一个用反馈式神经网络实现盲信号分离的方案，这就是著名的 H-J 算法<sup>[10][11]</sup>。H-J 算法的网络结构如图所示

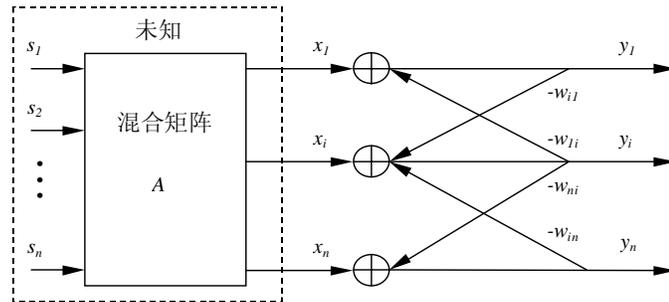


图 1-3 反馈型 H-J 网络结构示意图

用方程表达网络的输入输出关系，有

$$y = x - Wy \quad (1-8)$$

不过与前面不同的是，由于是多输出结构，这里的  $W$  代表网络权矩阵。由于最初 H-J 采用的是反馈式网络结构，可以看到图 1-3 与我们给出的图 1-1 略有不同。如果网络输出稳定，那么输出矢量  $y$  可以被重新表达为

$$y = (I + W)^{-1} x \quad (1-9)$$

这里  $I$  为  $n \times n$  的单位矩阵。网络学习算法为

$$\frac{dw_{ij}}{dt} = \mu f(y_i)g(y_j) \quad (i, j = 1, \dots, n; i \neq j) \quad (1-10)$$

其中  $\mu > 0$  为学习步长,  $f(y)$ ,  $g(y)$  为两个相异的非线性奇函数, 典型的取法是  $f(y) = y^3$ ,  $g(y) = y$ 。H-J 算法利用非线性函数引入信号的高阶统计信息, 网络的学习算法可以认为是 anti-Hebbian 规则在高阶统计意义下的推广。不过, 由于学习算法的每一步都要对  $(I + W)$  矩阵求逆, 尤其是在网络规模较大的时候, 运算复杂会成为突出的问题。

针对这一情况, 文献[12]提出了前馈式的网络结构, 如图所示

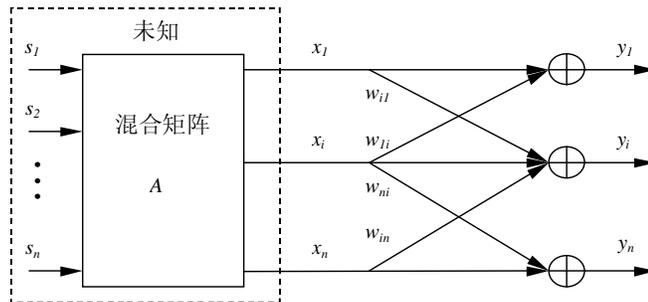


图 1-4 前馈式 H-J 网络结构示意图

这样, 网络的输入输出关系变为

$$\mathbf{y} = \mathbf{W}\mathbf{x} \quad (1-11)$$

学习算法仍采用(1-10)式, 只是这里取  $\mu < 0$  来保证网络的稳定性。前馈式结构避免了矩阵求逆的运算, 因而大大降低了算法的运算复杂度。

## 2. 改进的 H - J 算法

总的说来, H-J 算法在实际中的表现并不好, 特别是在源信号幅度相差较大, 或是混合矩阵接近奇异的时候, 算法的收敛速度会变得很慢。1996 年, A. Cichocki 等人提出了一个改进的 H-J 算法<sup>[13]</sup>。文章虽然没有能够在理论推导方面给出令人满意的结果, 但这一算法在实际中的收敛特性确实非常不错。

对于图 1-3 的反馈型网络, 改进的学习算法为

$$\frac{dW}{dt} = \mu [I - f(\mathbf{y})g^T(\mathbf{y})]W \quad (1-12)$$

对于图 1-4 的前馈网络, 改进的算法为

$$\frac{dW}{dt} = -\mu(I + W)[I - f(\mathbf{y})g^T(\mathbf{y})] \quad (1-13)$$

这里  $\mu > 0$  为学习步长, 根据 Amari 等人后来的证明<sup>[14]</sup>, 非线性函数可以取为

$f(y) = y^3$  及  $g(y) = y$ 。从学习算法中可以看出，算法增强了对输出信号间的独立性检测标准。而且，与原始的 H-J 算法不同的是，这里的权矩阵的对角元  $w_{ii}$  不再保持固定值。这也使得改进的 H-J 算法在源信号能量悬殊的情况下，仍然能够保持良好的分离效果。

### 3. 非线性主元分析网络

在非线性盲信号分离算法中，另一类重要的分支是由 Oja、Karhunen 等人提出的非线性主元分析网络<sup>[15][16]</sup>。这类方法的思想是在先对接收信号进行去相关处理的前提下，利用结果的正交特性，通过非线性学习算法来实现盲信号分离。与其他算法不同的是，因为采用了预处理的思想，网络变成了双层结构，如图所示

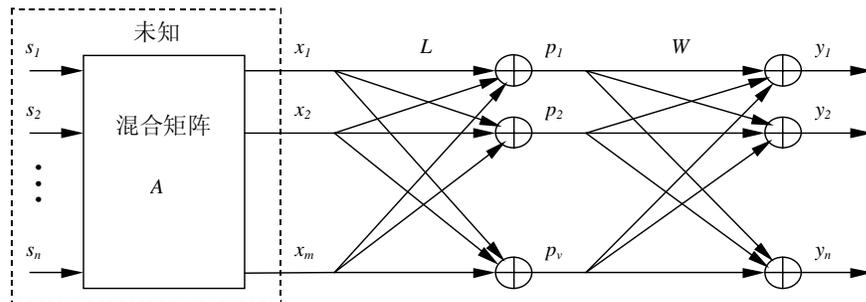


图 1-5 非线性主元分析网络结构

对比图 1-1，这里  $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_m]^T$  是接收信号矢量， $L$  为预正交化网络，而  $\mathbf{p} = [p_1 \ p_2 \ \cdots \ p_v]^T$  为正交化后的信号矢量，满足

$$p_i^* p_j = 0 \quad (i, j = 1, 2, \dots, v; i \neq j) \quad (1-14)$$

$$p_i^* p_i = 1 \quad (i = 1, 2, \dots, v) \quad (1-15)$$

通常预正交化处理可以用经典的主元分析网络来实现<sup>[17]</sup>，正交化算法为

$$\frac{dL}{dt} = \mu [I - \mathbf{p}\mathbf{p}^T] L \quad (1-16)$$

其中  $\mu > 0$  为学习步长。在正交化处理完成后，接下来的网络为信号分离网络，学习算法为。

$$\frac{dW}{dt} = \mu \mathbf{p} \mathbf{g}(\mathbf{y}^T) + \gamma W (I - W^T W) \quad (1-17)$$

事实上这一学习算法也是从原始的主元分析算法发展而来的，其中  $\gamma$  为另一个增益因子，一般取  $\gamma = 0.5$  或  $\gamma = 1.0$ 。

非线性主元分析网络的主要特点在于它采用了预正交化处理的思想。实际

上，正交化处理能够为后面的信号分离带来很多的好处。最明显的一点就是它已经保证了，能够完成信号分离的权矩阵  $W$  必然为正交阵。这对学习算法的设计无疑是个非常有利的条件。

### 1.2.3 构造代价函数实现盲信号分离的方法

非线性算法虽然在近期内取得了不小的进展，但网络的收敛性一直是困扰这类算法的主要问题。就算是实际表现很不错的改进的 H-J 算法，至今也没有人能够给出与其实际表现相称的理论证明。多数算法的网络稳定性分析仍然停留在局部分析上。而与此相反，另一类重要的思路是从信号的独立性要求出发，直接设计网络的代价函数，进而通过梯度算法生成学习规则。与非线性盲分离算法一样，这类算法的基本假设，也是要求源信号是平稳的非高斯信号。

#### 1. 最大信息率设计

自从 P. Common 于 1994 年首次提出独立信号分<sup>[1]</sup>析这一提法后，信号的独立性判定问题越来越为人们所重视。1995 年，Tony Bell 从信息论的角度出发，提出了一种以信号熵为基础的通过极大化输出信息率实现信号分离的方法<sup>[18]</sup>。网络结构仍然采用前馈式单层网络，如图 1-4 所示

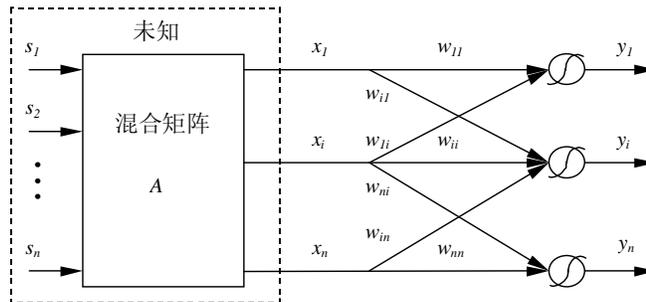


图 1 - 6 Bell 算法网络结构示意图

网络输入输出关系为

$$y = g(Wx) \quad (1-18)$$

其中  $g(Wx)$  表示对  $Wx$  向量的每一项均使用 sigmoid 函数。根据信息论中信号熵的定义并极大化输出信号的平均信息率，得到网络的学习算法为

$$\frac{dW}{dt} = [W^T]^{-1} + (I - 2y)x^T \quad (1-19)$$

从极大化信息传输率角度提出的算法还有其它几种<sup>[19][20]</sup>，Tony Bell 的这个

算法可以说是其中比较简单的一个。此类算法的特点是物理意义明确，但通常运算量较大。

## 2. 非线性主元分析网络的另一种算法

在前一部分中我们曾经提到过，非线性主元分析网络在进行了预正交化处理后，已经使得能够完成信号分离的  $W$  矩阵必然成为正交阵。利用这一特性，实际上还有一种简洁的办法完成信号分离的任务<sup>[21]</sup>。

网络结构仍然如图 1-5 所示，不过这次在后一层分离网络中，为每个输出取代价函数为

$$E(y_i) = \text{Sgn}(K(s)) \left[ E\{|y_i|^4\} - 2E^2\{|y_i|^2\} - |E\{y_i^2\}|^2 \right] \quad (i = 1, 2, \dots, v) \quad (1-20)$$

与 1.2.1 类似，学习算法取为

$$\frac{dw_i}{dt} = \text{Sgn}(K(s)) \left[ E\{|y_i|^2 y_i x^*\} - E\{y_i^2\} E\{y_i^* x^*\} \right] \quad (i = 1, 2, \dots, v) \quad (1-21)$$

当然，如果完全按照 1.2.1 的算法，我们不能保证不同的输出将收敛到不同的独立源信号上。所以这里在每一次学习之后，都要对权矩阵  $W$  进行一次归一化及正交化处理。

### 1.2.4 利用信号的非平稳特性实现盲信号分离的方法

前面所提到的所有算法中，都假设源信号是平稳随机信号。这个假设带来了两个明显的结果。一是必须引入信号的高阶统计特性，因为仅用二阶统计特性无法保证平稳信号的独立性。二是网络将只能处理非高斯信号，因为高斯信号的高阶累积量均为 0，理论上平稳高斯信号是不可分的。

但是，如果源信号并非平稳随机信号，则利用其非平稳特性，可以在仅用二阶统计量的前提下，实现信号分离。1995 年，K. Matsuoka 等人提出了利用反馈网络结构分离非平稳信号的算法<sup>[22]</sup>。网络结构如图 1-3 所示，学习算法为

$$\begin{cases} \varphi_i(k+1) = \alpha \varphi_i(k) + (1-\alpha) y_i^2(k) & (0 < \alpha < 1) \\ w_{ij}(k+1) = w_{ij}(k) + \beta \frac{y_i(k) y_j(k)}{\varphi_i(k)} & (\beta > 0; i \neq j) \end{cases} \quad (1-22)$$

同时，如果采用图 1-4 所示的前馈式网络，类似于文献[13]提出改进算法

$$\begin{cases} \varphi_i(k+1) = \alpha\varphi_i(k) + (1-\alpha)y_i^2(k) & (0 < \alpha < 1) \\ w_{ij}(k+1) = w_{ij}(k) + \beta \left\{ w_{ij}(k) - y_i(k) \sum_{p=1}^N w_{pj}(k) y_j(k) \right\} & (\beta > 0; i \neq j) \end{cases} \quad (1-23)$$

可以提高算法的收敛特性，并且在源信号幅度差异较大及混合矩阵接近奇异的情况下，仍然实现较好的分离结果。

### 1.2.5 其它算法

除了以上介绍的典型算法外，在独立信号分析领域的主要算法还有，由 Tong Lang 等人提出的利用高阶矩及预白化处理构成的独立信号分析方法<sup>[23][24]</sup>；J. F. Cardoso 提出的仅基于信号二阶及四阶统计量的盲信号分离算法<sup>[25][26]</sup>；由 J. F. Cardoso 提出的，几乎是结合了非线性算法思路及代价函数思路的“等变化自适应盲分离算法”<sup>[27][28]</sup>；及 B. A. Pearlmutter 提出的“上下文相关方法”等<sup>[29]</sup>。这里不再一一详述。

总的说来，收敛性问题及运算复杂性问题困扰传统独立元分析算法的两个主要问题。收敛性方面，绝大部分非线性算法都只能给出局部性收敛证明，局部极值点的问题没有能够得到满意的解决。运算量方面，非线性算法虽然一般形式上比较简单，但非线性函数运算大大增加了叠代过程的运算量，而高阶矩算法所涉及到的信号统计量的阶数通常也相当之高。针对这些问题，本文尝试用信号的二阶及四阶累积量定义信号的“非高斯测度”及两信号间的“互非高斯测度”因子，通过对这些测度因子的处理来实现信号分离。理论上讲，这两个因子并不能完全表征信号的高阶自相关及高阶互相关。然而，后面的推导可以很清楚地看到，它们确实起到了控制信号独立性及高阶互相关的作用。

## 第二章 基于“非高斯测度”的独立信号分析

### 2.1 主要定义及函数

根据文献[30]中的定义，假设  $x$ 、 $y$  均为平稳随机复值信号，那么  $y$  信号的二阶累积量及四阶累积量分别定义为

$$Cum(y:2) = Cum(y, y^*) = E\{|y|^2\} \quad (2-1)$$

$$Cum(y:4) = Cum(y, y^*, y, y^*) = E\{|y|^4\} - 2E^2\{|y|^2\} - |E\{y^2\}|^2 \quad (2-2)$$

其中  $E\{\cdot\}$  表示数学期望。信号  $x$ 、 $y$  的互四阶累积量定义为

$$\begin{aligned} Cum(x, y:4) &= Cum(x, x^*, y, y^*) \\ &= E\{|x|^2|y|^2\} - E\{|x|^2\}E\{|y|^2\} - |E\{xy\}|^2 - |E\{xy^*\}|^2 \end{aligned} \quad (2-3)$$

定义信号  $y$  的“非高斯测度因子”为

$$Ng(y) = \frac{Cum(y:4)}{[Cum(y:2)]^2} \quad (2-4)$$

定义信号  $x$ 、 $y$  的“互非高斯测度因子”为

$$Ng(x, y) = \frac{Cum(x, y:4)}{Cum(x:2)Cum(y:2)} \quad (2-5)$$

我们知道，对高斯信号而言

$$Ng(y) = \frac{Cum(y:4)}{[Cum(y:2)]^2} = 0 \quad (2-6)$$

而如果  $y$  为超高斯信号，那么  $Ng(y) > 0$ ，若  $y$  为欠高斯信号，则  $Ng(y) < 0$ 。

联系独立信号分析问题，我们有

**性质 1：** 假设信号  $y$  可表示为  $y = \sum_{l=1}^n g_l s_l$ ，其中  $s_1, s_2, \dots, s_n$  为平稳随机复值信号，且在四阶矩意义下相互独立， $\mathbf{g} = [g_1, g_2, \dots, g_n]^T$  为权向量。那么有

号，且在四阶矩意义下相互独立， $\mathbf{g} = [g_1, g_2, \dots, g_n]^T$  为权向量。那么有

$$Cum(y:2) = \sum_{l=1}^n |g_l|^2 Cum(s_l:2) \quad (2-7)$$

$$Cum(y:4) = \sum_{l=1}^n |g_l|^4 Cum(s_l:4) \quad (2-8)$$

证明：

利用源信号间独立的特性，对二阶累积量，我们有

$$Cum(y:2) = E\left\{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n g_i s_i g_j^* s_j^*\right\} = \sum_{l=1}^n |g_l|^2 Cum(s_l:2) \quad (2-9)$$

同理，

$$E\{y^2\} = E\left\{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n g_i s_i g_j s_j\right\} = \sum_{l=1}^n g_l^2 Cum(s_l:2) \quad (2-10)$$

对于四阶累积量，考虑到

$$\begin{aligned} E\{|y|^4\} &= E\{yy^*yy^*\} = E\left\{\sum_i \sum_j \sum_k \sum_l g_i s_i g_j^* s_j^* g_k s_k g_l^* s_l^*\right\} \\ &= \sum_l |g_l|^4 E\{|s_l|^4\} \quad (i=j=k=l) \\ &+ 2\left[\left(\sum_l |g_l|^2 E\{|s_l|^2\}\right)^2 - \sum_l |g_l|^4 E^2\{|s_l|^2\}\right] \quad \begin{matrix} (i=j \neq k=l) \\ (i=l \neq j=k) \end{matrix} \\ &+ \left[\sum_l |g_l|^2 E\{|s_l|^2\}\right]^2 - \sum_l |g_l|^4 E^2\{|s_l|^2\} \quad (i=k \neq j=l) \end{aligned} \quad (2-11)$$

对(2-11)式稍加整理，就可以得到

$$Cum(y:4) = \sum_l |g_l|^4 Cum(s_l:4) \quad (2-12)$$

证毕！

**性质 2：** 如果  $s_1, s_2, \dots, s_n$  为平稳随机复值信号，且在四阶矩意义下相互独立。

假设信号  $x, y$  可分别被表示为  $x = \sum_{l=1}^n m_l s_l$  及  $y = \sum_{l=1}^n g_l s_l$ ， $\mathbf{m} = [m_1, m_2, \dots, m_n]^T$ ，

$\mathbf{g} = [g_1, g_2, \dots, g_n]^T$  为权向量。那么有

$$Cum(x, y:4) = \sum_l |g_l|^2 |m_l|^2 Cum(s_l:4) \quad (2-13)$$

证明：

类似于(2-11)式，我们有

$$\begin{aligned} E\{xx^*yy^*\} &= E\left\{\sum_i \sum_j \sum_k \sum_l m_i s_i m_j^* s_j^* g_k s_k g_l^* s_l^*\right\} \\ &= \sum_l |m_l|^2 |g_l|^2 E\{|s_l|^4\} \quad (i=j=k=l) \\ &+ \left(\sum_l |m_l|^2 E\{|s_l|^2\}\right) \left(\sum_l |g_l|^2 E\{|s_l|^2\}\right) \quad (i=j \neq k=l) \\ &- \sum_l |m_l|^2 |g_l|^2 E^2\{|s_l|^2\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left| \sum_l m_l g_l^* E\{|s_l|^2\} \right|^2 && (i = l \neq j = k) \\
& - \sum_l |m_l|^2 |g_l|^2 E^2\{|s_l|^2\} \\
& + \left| \sum_l m_l g_l E\{s_l^2\} \right|^2 && (i = k \neq j = l) \\
& - \sum_l |m_l|^2 |g_l|^2 |E\{s_l^2\}|^2 \\
& = \sum_l |m_l|^2 |g_l|^2 \left[ E\{|s_l|^4\} - 2E^2\{|s_l|^2\} - |E\{s_l^2\}|^2 \right] \\
& + E\{|x|^2\} E\{|y|^2\} + |E\{xy^*}\|^2 + |E\{xy\}|^2
\end{aligned} \tag{2-14}$$

显然

$$Cum(x, y : 4) = \sum_l |g_l|^2 |m_l|^2 Cum(s_l : 4) \tag{2-15}$$

证毕！

## 2.2 单个独立信号的提取

我们注意到，在第一章所述的算法中，1.2.1 是直接极大化 4 阶累积量出发而获得独立信号输出的。在这里，我们首先对 1.2.1 的算法做一些改进，同时给出的一些收敛性讨论将会对以后提出的算法打下基础。

### 2.2.1 网络结构

我们首先在此将单输出的网络结构表示如下

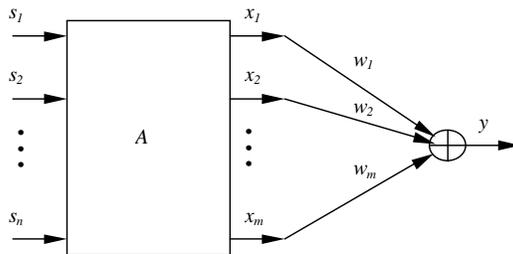


图 2-1 单输出网络结构

这里， $s = [s_1 \ s_2 \ \cdots \ s_n]^T$  为源信号矢量， $x = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_m]^T$  为混合信号矢量， $w = [w_1 \ w_2 \ \cdots \ w_m]^T$  为权矢量。网络的输入输出关系可表示为

$$y = w^T x = w^T A s = g^T s \quad (g = A^T w) \tag{2-16}$$

这里，为了讨论的方便，我们首先假设，所有的源信号都有相同的“高斯类型”，

即它们要么均为超高斯信号，要么均为欠高斯信号。

我们提出改进的网络代价函数为

$$\begin{aligned} E(y) &= \varphi N g(y) - [Cum(y:2) - 1]^2 \\ &= \varphi \frac{\sum_i |g_i|^4 Cum(s_i:4)}{\left(\sum_i |g_i|^2 Cum(s_i:2)\right)^2} - \left(\sum_i |g_i|^2 Cum(s_i:2) - 1\right)^2 \end{aligned} \quad (2-17)$$

其中  $\varphi$  为符号函数，如果所有源信号均为超高斯信号，则  $\varphi = 1$ ，而如果所有源信号均为欠高斯信号，则  $\varphi = -1$ 。

### 2.2.2 算法及收敛性分析

按照图 2-1 的网络结构及(2-17)式给出的代价函数，我们有

**结论 1：** 网络代价函数(2-17)取得极大值，当且仅当输出满足

- 1、  $g$  矢量有且仅有一个非 0 元素，即存在  $i$ ，使网络输出  $y$  可表示为

$$y = g_i s_i \quad (2-18)$$

- 2、 输出  $y$  满足

$$Cum(y:2) = 1 \quad (2-19)$$

证明：首先证明必要性，

$Cum(y:2) \rightarrow 1$  的证明可以参见附录 A。既然有  $Cum(y:2) \rightarrow 1$  做保证，那么  $g$  的元素不可能全为 0，下面我们证明  $g$  也不可能有两个及两个以上的非 0 元素。事实上，如果存在  $i \neq j$ ，使  $g_i \neq 0$ 、 $g_j \neq 0$ ，不失一般性，我们可以假设

$$\varphi |g_i|^2 \frac{Cum(s_i:4)}{Cum(s_i:2)} \geq \varphi |g_j|^2 \frac{Cum(s_j:4)}{Cum(s_j:2)} \quad (2-20)$$

那么，做一个微小的扰动，设  $\sigma > 0$ ，令

$$|\tilde{g}_i|^2 = |g_i|^2 + \frac{\sigma}{Cum(s_i:2)} \quad (2-21)$$

$$|\tilde{g}_j|^2 = |g_j|^2 - \frac{\sigma}{Cum(s_j:2)} \quad (2-22)$$

我们得到

$$\begin{aligned}
E(\tilde{y}) - E(y) &= \frac{2\varphi\sigma \left( \frac{|g_i|^2 \text{Cum}(s_i:4)}{\text{Cum}(s_i:2)} - \frac{|g_j|^2 \text{Cum}(s_j:4)}{\text{Cum}(s_j:2)} \right)}{\left( \sum_l |g_l|^2 \text{Cum}(s_l:2) \right)^2} \\
&\quad + \frac{\varphi\sigma^2 (Ng(s_i) + Ng(s_j))}{\left( \sum_l |g_l|^2 \text{Cum}(s_l:2) \right)^2} \\
&> 0
\end{aligned} \tag{2-23}$$

(2-23)说明这样的  $g$  矢量不可能成为网络的极大点。

充分性方面，假设网络输出最终满足

$$y = g_1 s_1, \quad \text{Cum}(y:2) = |g_1|^2 \text{Cum}(s_1:2) = 1 \tag{2-24}$$

在这样的点上对代价函数求一阶偏微分，得

$$\begin{aligned}
\frac{\partial E(y)}{\partial g_i} &= \frac{4\varphi \text{Cum}(s_i:4) |g_i|^2 g_i}{\left( \sum_l |g_l|^2 \text{Cum}(s_l:2) \right)^2} - \frac{4\varphi \left( \sum_l |g_l|^4 \text{Cum}(s_l:4) \right) \text{Cum}(s_i:2) g_i}{\left( \sum_l |g_l|^2 \text{Cum}(s_l:2) \right)^3} \\
&\quad - 4 \left( \sum_l |g_l|^2 \text{Cum}(s_l:2) - 1 \right) \text{Cum}(s_i:2) g_i \\
&= 4\varphi \text{Cum}(s_i:4) |g_i|^2 g_i - 4\varphi \left( |g_i|^4 \text{Cum}(s_i:4) \right) \text{Cum}(s_i:2) g_i \\
&= \begin{cases} 4\varphi \text{Cum}(s_1:4) |g_1|^2 g_1 - 4\varphi \text{Cum}(s_1:4) |g_1|^2 g_1 = 0 & (i=1) \\ 4\varphi \left[ |g_i|^2 \text{Cum}(s_i:4) - \left( |g_i|^4 \text{Cum}(s_i:4) \right) \text{Cum}(s_i:2) \right] g_i = 0 & (i \neq 1) \end{cases} \tag{2-25}
\end{aligned}$$

显然，满足(2-24)式的点是网络的平衡点。接下来，我们考虑平衡点处的两阶偏微分

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 E(y)}{\partial g_i^2} &= \frac{12\varphi \text{Cum}(s_i:4) |g_i|^2}{\left( \sum_l |g_l|^2 \text{Cum}(s_l:2) \right)^2} - \frac{32\varphi \text{Cum}(s_i:4) |g_i|^4 \text{Cum}(s_i:2)}{\left( \sum_l |g_l|^2 \text{Cum}(s_l:2) \right)^3} \\
&\quad - \frac{4\varphi \left( \sum_l |g_l|^4 \text{Cum}(s_l:4) \right) \text{Cum}(s_i:2)}{\left( \sum_l |g_l|^2 \text{Cum}(s_l:2) \right)^3} \\
&\quad + \frac{24\varphi \left( \sum_l |g_l|^4 \text{Cum}(s_l:4) \right) |g_i|^2 \text{Cum}^2(s_i:2)}{\left( \sum_l |g_l|^2 \text{Cum}(s_l:2) \right)^4}
\end{aligned}$$

$$-4\left(\sum_l |g_l|^2 \text{Cum}(s_l : 2) - 1\right) \text{Cum}(s_i : 2) - 8\text{Cum}^2(s_i : 2) |g_i|^2 \quad (2-26)$$

考虑到(2-24)式，我们有

$$\frac{\partial^2 E(y)}{\partial g_i^2} = \begin{cases} -8\text{Cum}^2(s_i : 2) |g_i|^2 < 0 & (i = 1) \\ -\frac{4\varphi |g_i|^4 \text{Cum}(s_i : 4) \text{Cum}(s_i : 2)}{\left(\sum_l |g_l|^2 \text{Cum}(s_l : 2)\right)^3} < 0 & (i \neq 1) \end{cases} \quad (2-27)$$

当然，(2-27)式中，我们用到了  $\varphi \text{Cum}(s_i : 4) > 0$  的假设。同时，

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E(y)}{\partial g_i \partial g_j} = & -\frac{16\varphi \text{Cum}(s_i : 4) |g_i|^2 g_i \text{Cum}(s_j : 2) g_j^*}{\left(\sum_l |g_l|^2 \text{Cum}(s_l : 2)\right)^3} \\ & -\frac{16\varphi \text{Cum}(s_j : 4) |g_j|^2 g_j^* \text{Cum}(s_i : 2) g_i}{\left(\sum_l |g_l|^2 \text{Cum}(s_l : 2)\right)^3} \\ & + \frac{24\varphi \left(\sum_l |g_l|^4 \text{Cum}(s_l : 4)\right) \text{Cum}(s_i : 2) g_i \text{Cum}(s_j : 2) g_j^*}{\left(\sum_l |g_l|^2 \text{Cum}(s_l : 2)\right)^4} \\ & - 8\text{Cum}(s_j : 2) g_j^* \text{Cum}(s_i) g_i \end{aligned} \quad (2-28)$$

从(2-24)中，我们可以看到，在平衡点处，对任何  $i \neq j$ ，有  $g_i g_j^* = 0$ ，所以

$$\frac{\partial^2 E(y)}{\partial g_i \partial g_j} = 0 \quad (i \neq j) \quad (2-29)$$

事实上，(2-27)及(2-29)式说明，在满足(2-24)式的网络平衡点处，代价函数的二阶偏微分 Hessian 矩阵负定。所以这样的平衡点是网络的极大点。

证毕！

讨论中我们可以看出，网络有多个极大点，因此收敛不是全局性的。实际上，网络的收敛结果依赖于初值的选取，如果网络的初值  $g_0 = A w_0$  满足

$$\frac{|g_1|^2 \varphi \text{Cum}(s_1 : 4)}{\text{Cum}(s_1 : 2)} > \frac{|g_2|^2 \varphi \text{Cum}(s_2 : 4)}{\text{Cum}(s_2 : 2)} > \dots \quad (2-30)$$

很容易证明网络输出将收敛到  $s_1$ 。不过，因为我们无法预先知道混合矩阵  $A$ ，也就无法事先知道初值  $g_0$ 。所以，网络的实际收敛点一般是无法预先控制的。

### 2.2.3 单输出结构在盲信道均衡中的应用

单输出结构的算法实际上直接来源于文献[9]的思路。在讨论中我们假设所有源信号全为同类型的非高斯信号，而且，我们也知道网络的收敛结果并没有全局性。但是，在盲信道均衡中，因为源信号间只存在延迟关系，而且无论网络收敛到信号的哪一个延迟，都可以认为是完成了信道均衡的任务。从前面的讨论中可以看出，在 2.2.2 提出的网络代价函数中，前一部分是控制权矢量的收敛方向，后一部分是控制权矢量的幅度收敛。单纯从盲信道均衡的应用角度，提出的改进方案除了物理意义更加明确外，实际表现与文献[9]相比并无优越之处。不过，这是我们后面各算法的基础。

#### 2.2.4 多信号类型下的收敛性讨论

在前面的推导中，我们假设所有的信号都有相同的“高斯类型”，实际中如果不是盲信道均衡的问题，这一假设当然很难成立。那么，当输入信号中同时存在“超高斯”及“欠高斯”信号时，网络的收敛结果会是什么呢？

首先，假设我们取  $\varphi = 1$ ，我们会发现，网络输出中将不会包含任何欠高斯分量。实际上，如果  $s_i$  为一超高斯信号，而  $s_j$  为欠高斯分量。如果网络输出中包含  $s_j$  分量，即  $g_j \neq 0$ ，因为显然有

$$\varphi |g_i|^2 \frac{\text{Cum}(s_i : 4)}{\text{Cum}(s_i : 2)} \geq 0 > \varphi |g_j|^2 \frac{\text{Cum}(s_j : 4)}{\text{Cum}(s_j : 2)} \quad (2-31)$$

所以(2-20)到(2-23)的推导仍然成立。所有的欠高斯分量都将衰减。那么，在满足输出中只有超高斯分量的假设下，2.2.2 中的所有结论都不会改变。也就是说，网络最终将以一定的幅度及相位的差异收敛到某个独立超高斯信号上。

同样，我们可以证明， $\varphi = -1$  将使得网络收敛到独立欠高斯分量。从后面的讨论中我们也同样可以看到，无论源信号是否是同类型信号， $\varphi = 1$  将使得网络进行超高斯信号分析，而  $\varphi = -1$  将使得网络进行欠高斯信号分析。

### 2.3 多个独立信号提取及其在盲信号分离中的应用

在以上的分析中我们曾提到，单输出结构的收敛结果并没有全局特性。我们当然希望将单输出网络扩展到多输出结构。可是，单纯的扩展显然无法保证不同的输出能够收敛到不同的独立源。在本节中，我们引入互非高斯测度的衡量因子，我们可以看到互非高斯因子是如何避免网络给出相同输出的。

### 2.3.1 网络结构

扩展的前馈式多输出网络结构如图所示

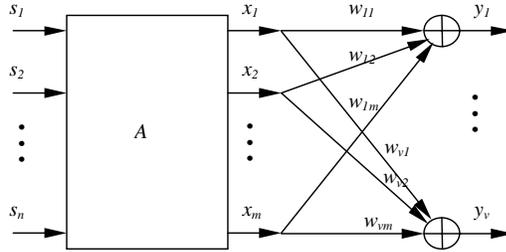


图 2-2 多输出网络结构示意图

这里仍然先假设所有的源信号均为同高斯类型的信号，并假设网络有  $v \leq m$  个输出。我们采用梯型学习算法，输出  $y_h$  ( $h \leq v$ ) 的代价函数为

$$E(y_h) = \varphi \left( Ng(y_h) - 2 \sum_{k < h} Ng(y_h, y_k) \right) - (Cum(y_h : 2) - 1)^2 \quad (2-32)$$

这里  $\varphi$  的定义与前面相同。下面我们来讨论网络的收敛特性。

### 2.3.2 算法及收敛性分析

**结论 2：** 极大化(2-32)所给出的代价函数，网络输出将满足，

- 1、对每一个的  $h = 1, 2, \dots, v$ ，都存在  $i$ ，使得输出  $y_h$  可以被表示为
 
$$y_h = g_{hi} s_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2-33)$$

- 2、对所有的  $h = 1, 2, \dots, v$ ，输出  $y_h$  满足
 
$$Cum(y_h : 2) = 1 \quad (2-34)$$

- 3、不同的输出将收敛到不同的独立源，也就是说，对  $i \neq j$ ，有
 
$$Ng(y_i, y_j) = 0 \quad (2-35)$$

证明：输出幅度的收敛性证明可以参见附录 A。以下给出的是方向性收敛证明。

我们采用数学归纳法。首先对于输出  $y_1$ ，(2-32)式中的互非高斯项不存在，与(2-17)式完全相同。根据 2.3.1 的结论， $y_1$  将收敛到某个独立源信号，满足结论 2。

假设对所有的  $i < h$ ，输出  $y_i$  满足结论 2。不失一般性，对所有的输出  $y_i$ ，设有

$$y_i = g_{ii} s_i \quad (2-36)$$

现在考虑输出  $y_h$ ，我们可以先证明结论 2 中的第三条将被满足。如果在网络的某个平衡点处，有某个  $i < h$ ，使得  $g_{hi} \neq 0$ ，那么用  $\sigma > 0$  做一个微小的扰动，令

$$|\tilde{g}_{hi}|^2 = |g_{hi}|^2 - \frac{\sigma}{\text{Cum}(s_i : 2)} \quad (2-37)$$

$$|\tilde{g}_{hh}|^2 = |g_{hh}|^2 + \frac{\sigma}{\text{Cum}(s_h : 2)} \quad (2-38)$$

考虑到(2-36)的假设，我们有

$$\begin{aligned} E(\tilde{y}_h) - E(y_h) &= \frac{2\varphi\sigma \left( -\frac{|g_{hi}|^2 \text{Cum}(s_i : 4)}{\text{Cum}(s_i : 2)} + \frac{|g_{hh}|^2 \text{Cum}(s_h : 4)}{\text{Cum}(s_h : 2)} \right)}{\left( \sum_l |g_{hl}|^2 \text{Cum}(s_l : 2) \right)^2} \\ &\quad + \frac{\varphi\sigma^2 (Ng(s_i) + Ng(s_h))}{\left( \sum_l |g_{hl}|^2 \text{Cum}(s_l : 2) \right)^2} \\ &\quad + \frac{2\varphi|g_{ii}|^2 \text{Cum}(s_i : 4)\sigma}{\left( \sum_l |g_{hl}|^2 \text{Cum}(s_l : 2) \right) \left( \sum_l |g_{il}|^2 \text{Cum}(s_l : 2) \right) \text{Cum}(s_i : 2)} \\ &> \frac{2\varphi\sigma \frac{|g_{ii}|^2 \text{Cum}(s_i : 4)}{\text{Cum}(s_i : 2)}}{\left( \sum_l |g_{hl}|^2 \text{Cum}(s_l : 2) \right) \left( \sum_l |g_{il}|^2 \text{Cum}(s_l : 2) \right)} \\ &\quad - \frac{2\varphi\sigma \frac{|g_{hi}|^2 \text{Cum}(s_i : 4)}{\text{Cum}(s_i : 2)}}{\left( \sum_l |g_{hl}|^2 \text{Cum}(s_l : 2) \right)^2} \\ &= \frac{2\varphi\sigma Ng(s_i)}{\left( \sum_l |g_{hl}|^2 \text{Cum}(s_l : 2) \right)} \left( 1 - \frac{|g_{hi}|^2 \text{Cum}(s_i : 2)}{\sum_l |g_{hl}|^2 \text{Cum}(s_l : 2)} \right) \geq 0 \quad (2-39) \end{aligned}$$

这一结果显然保证了结论 2 中第三条的正确性。也就是说，(2-32)中的互非高斯测度因子能够防止后面的网络输出收敛到与前面输出相同的独立元上。

那么，在这一结论成立的前提下，事实上我们可以略去互非高斯项来进一步考查网络的收敛特性。这时(2-32)已经退化成与(2-17)式相同的结构。参考 2.2 中的讨论，我们可以看到输出  $y_h$  最终也将满足结论 2。

综合上述，网络的输出将能够收敛到不同的  $v$  个独立信号源上。特别地，在  $v = n$  成立时，多输出网络算法可以成为一个具有全局收敛特性的盲信号分离算法。

### 2.3.3 多信号类型下的收敛性讨论

接下来我们同样要讨论源信号中同时含有超高斯及欠高斯分量的情况。

这里我们先给出结论。假设源信号中有  $p$  个超高斯分量及  $q$  个欠高斯分量，那么有

- 结论 3：**
- 1、当  $v \leq p$  且  $\varphi = 1$  时，极大化代价函数使得网络输出收敛到  $v$  个互不相同的独立超高斯信号。
  - 2、当  $v \leq q$  且  $\varphi = -1$  时，极大化代价函数使得网络输出收敛到  $v$  个互不相同的独立欠高斯信号。

以第一条结果为例给出证明。实际上，如果在网络的收敛过程中，所有的输出信号中自始至终就不包含欠高斯分量，那么 2.3.2 中的所有讨论将全部成立。结论是显然的。同时，我们也可以证明，输出信号中确实将不包含任何欠高斯分量。同样采用数学归纳法，

对于输出  $y_1$ ，由于不涉及任何互非高斯测度因子，参照 2.2 中的结果，知结论 3 成立。

假设对所有的  $i < h$ ，输出  $y_i$  满足结论 3。并设对所有的输出  $y_i$ ，有

$$y_i = g_{ii} s_i \quad (2-40)$$

这里假设  $s_1, s_2, \dots, s_p$  均为超高斯信号。

那么，如果输出  $y_h$  中确实包含欠高斯分量。假设  $s_j$  为欠高斯独立源信号，且  $g_{hj} \neq 0$ ，那么取  $\sigma > 0$ ，做扰动，使

$$|\tilde{g}_{hj}|^2 = |g_{hj}|^2 - \frac{\sigma}{\text{Cum}(s_j : 2)} \quad (2-41)$$

$$|\tilde{g}_{hh}|^2 = |g_{hh}|^2 + \frac{\sigma}{\text{Cum}(s_h : 2)} \quad (2-42)$$

根据(2-40)的假设，因为网络前面的输出中并不包含  $s_h$  及  $s_j$  分量，因此上面的扰动并不影响代价函数中任何互非高斯因子的值。显然

$$E(\tilde{y}_h) - E(y_h) = \frac{2\varphi\sigma \left( -\frac{|g_{hj}|^2 \text{Cum}(s_j:4)}{\text{Cum}(s_j:2)} + \frac{|g_{hh}|^2 \text{Cum}(s_h:4)}{\text{Cum}(s_h:2)} \right)}{\left( \sum_l |g_{hl}|^2 \text{Cum}(s_l:2) \right)^2} + \frac{\varphi\sigma^2 (Ng(s_j) + Ng(s_h))}{\left( \sum_l |g_{hl}|^2 \text{Cum}(s_l:2) \right)^2} > 0 \quad (2-43)$$

这说明  $y_h$  中最终也将不包含欠高斯分量。其它的讨论与 2.3.2 类似，我们不难看出，结论 3 成立。

## 2.4 离散域叠代算法

由于单输出结构实际上只是多输出结构的特例，所以这里只针对(2-32)的代价函数给出离散域的叠代算法。对(2-32)求导得

$$\begin{aligned} \frac{dE(y_h)}{dw_h} = & \varphi \frac{4E\{|y_h|^2 y_h - 2E\{|y_h|^2\}y_h - E\{y_h^2\}y_h^* X^*\}}{E\{|y_h|^2\}^2} \\ & - \varphi \frac{4\left(E\{|y_h|^4\} - 2E^2\{|y_h|^2\} - |E\{y_h^2\}|^2\right)E\{y_h X^*\}}{E\{|y_h|^2\}^3} \\ & - 2\varphi \sum_{k < h} \frac{2E\{|y_k|^2 y_h - E\{|y_k|^2\}y_h - E\{y_h y_k\}y_k^* - E\{y_h y_k^*\}y_k X^*\}}{E\{|y_h|^2\}E\{|y_k|^2\}} \\ & + 2\varphi \sum_{k < h} \frac{2\left[E\{|y_h|^2 |y_k|^2\} - E\{|y_h|^2\}E\{|y_k|^2\} - |E\{y_h y_k\}|^2 - |E\{y_h y_k^*\}|^2\right]E\{y_h X^*\}}{E\{|y_h|^2\}^2 E\{|y_k|^2\}} \\ & - 4\left(E\{|y_h|^2\} - 1\right)E\{y_h X^*\} \end{aligned} \quad (2-44)$$

转换到离散域，得到的学习算法为

$$\begin{aligned} w_{h(n+1)} = & w_{hn} - \mu\varphi \frac{\left[ \langle |y_h|^4 \rangle_n - \langle y_h^2 \rangle_n^2 - \langle |y_h|^2 \rangle_n \langle |y_{hn}|^2 \rangle_n \right] y_{hn}}{\left( \langle |y_h|^2 \rangle_n \right)^3} X_n^* \\ & - \mu\varphi \frac{\langle y_h^2 \rangle_n \langle |y_h|^2 \rangle_n y_{hn}^*}{\left( \langle |y_h|^2 \rangle_n \right)^3} X_n^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \mu\varphi \sum_{k < h} \frac{\left[ \langle |y_h|^2 |y_k|^2 \rangle_n - \langle y_h y_k \rangle_n^2 - \langle y_h y_k^* \rangle_n^2 - \langle |y_h|^2 \rangle_n \langle |y_k|^2 \rangle_n \right] y_{hn}}{\left( \langle |y_h|^2 \rangle_n \right)^2 \left( \langle |y_k|^2 \rangle_n \right)} X_n^* \\
& + \mu\varphi \sum_{k < h} \frac{\langle |y_h|^2 \rangle_n \langle y_h y_k \rangle_n y_{kn}^* + \langle |y_h|^2 \rangle_n \langle y_h y_k^* \rangle_n y_{kn}}{\left( \langle |y_h|^2 \rangle_n \right)^2 \left( \langle |y_k|^2 \rangle_n \right)} X_n^* \\
& - \mu \left( \langle |y_h|^2 \rangle_n - 1 \right) y_{hn} X_n^* \tag{2-45}
\end{aligned}$$

$$\langle |y_h|^4 \rangle_{n+1} = (1 - \delta_{1h}) \langle |y_h|^4 \rangle_n + \delta_{1h} |y_{hn}|^4 \tag{2-46}$$

$$\langle |y_h|^2 \rangle_{n+1} = (1 - \delta_{2h}) \langle |y_h|^2 \rangle_n + \delta_{2h} |y_{hn}|^2 \tag{2-47}$$

$$\langle y_h^2 \rangle_{n+1} = (1 - \delta_{3h}) \langle y_h^2 \rangle_n + \delta_{3h} y_{hn}^2 \tag{2-48}$$

$$\langle |y_h|^2 |y_k|^2 \rangle_{n+1} = (1 - \delta_{4hk}) \langle |y_h|^2 |y_k|^2 \rangle_n + \delta_{4hk} |y_{hn}|^2 |y_{kn}|^2 \tag{2-49}$$

$$\langle y_h y_k \rangle_{n+1} = (1 - \delta_{5hk}) \langle y_h y_k \rangle_n + \delta_{5hk} y_{hn} y_{kn} \tag{2-50}$$

$$\langle y_h y_k^* \rangle_{n+1} = (1 - \delta_{6hk}) \langle y_h y_k^* \rangle_n + \delta_{6hk} y_{hn} y_{kn}^* \tag{2-51}$$

这里  $\mu$  为学习步长，而  $\delta_{1h}, \delta_{2h}, \delta_{3h}, \delta_{4hk}, \delta_{5hk}, \delta_{6hk}$  为用来进行矩估计的步长值。

## 2.5 计算机模拟结果

由于单输出结构是多输出结构的特例，所以这里直接给出多输出结构的实验模拟结果。

实验中我们取三个独立同分布欠高斯 QAM 源信号做网络输入，为了区别起见，我们把源信号  $s_1$  取为  $4 \times 4$  的 QAM 信号， $s_2$  取为  $3 \times 3$  的 QAM 信号， $s_3$  取为  $2 \times 2$  的 QAM 信号。混合矩阵  $A$  取为

$$A = \begin{bmatrix} 2.3458 - 1.3302i & 1.8737 + 1.3876i & -1.9709 - 0.2243i \\ -1.0149 + 0.9090i & 0.5093 - 2.0204i & -2.1467 - 0.8702i \\ 0.9457 + 1.8493i & 2.1746 - 2.4086i & 2.4080 - 0.7425i \end{bmatrix} \tag{2-52}$$

所有的网络权值均初始化为 1，取  $\varphi = -1$ 。同时，为了能够更好地表示出网络的收敛过程，先定义一组归一化的相关函数

$$\theta_{ij} = \sqrt{\frac{|E\{y_i^* s_j\}|^2}{E\{|y_i|^2\} E\{|s_j|^2\}}} \tag{2-53}$$

可以看到，按照结论 2，如果输出  $y_i$  最终满足  $y_i = g_{ij} s_j$ ，那么显然有  $\theta_{ij} \rightarrow 1$  及  $\theta_{ik} \rightarrow 0$  ( $k \neq j$ )。因此，相关函数的变换曲线可以在一定程度上反映各网络输出

的收敛过程。图 2-3 (a) (c) (e)给出的分别是网络输出  $y_1$ 、 $y_2$ 、 $y_3$  在 3000 步叠代以后的结果，而(b) (d) (f)则分别给出了  $y_1$ 、 $y_2$ 、 $y_3$  的收敛过程示意。

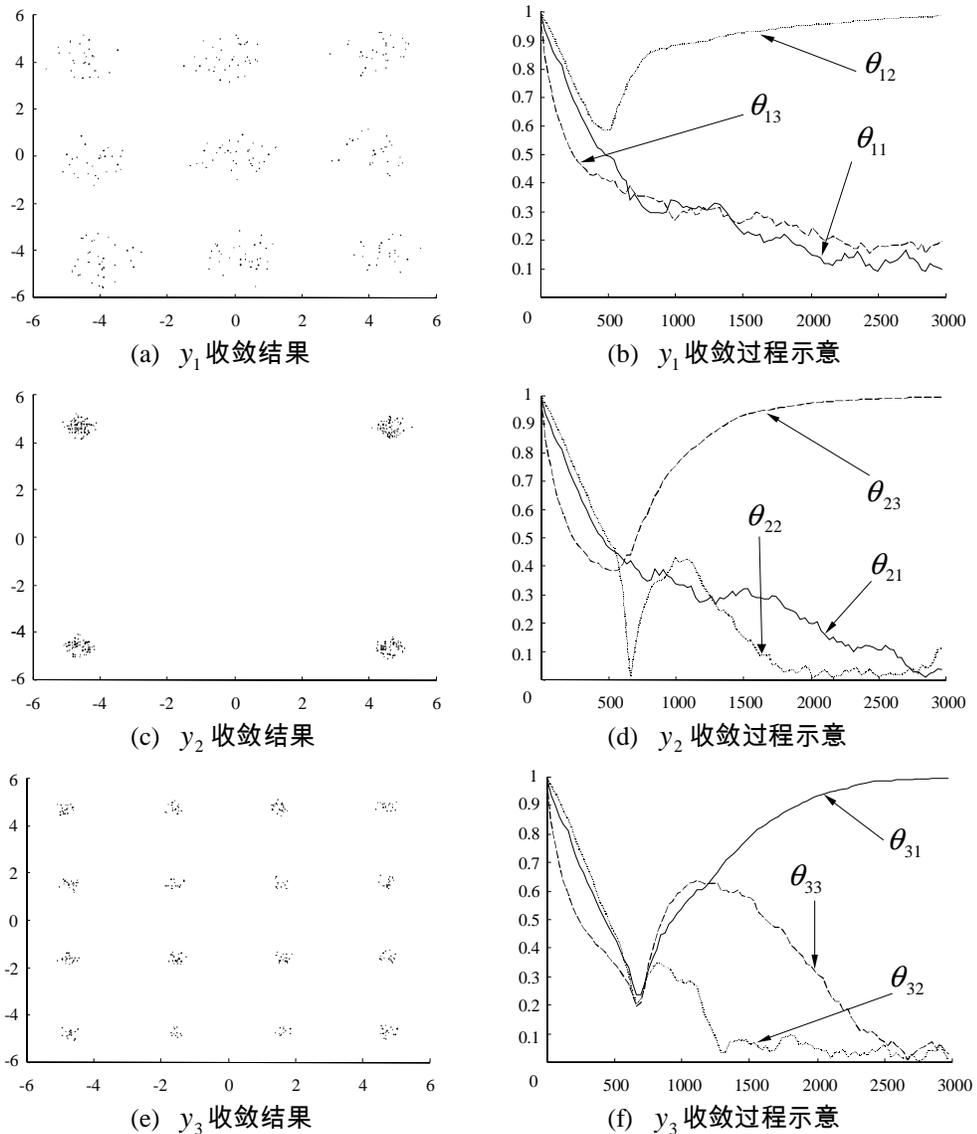


图 2-3 多输出盲分离算法模拟结果  
(叠代 3000 步，无噪声)

从各输出的收敛过程中我们也可以很清楚的看到信号“非高斯测度”及“互非高斯测度”因子所起的作用。因为各输出的初始状态相同，在“非高斯测度”因子的控制下，它们首先将向同一个独立源信号收敛。从前 1500 步叠代的结果中体现了这样的趋势。而由于有“互非高斯测度”因子的存在，前面输出的收敛将迫使后面的输出远离相同的独立源。于是网络最终分别收敛到了 3 个互相独立的源信号上。

## 2.6 算法总结

本章中所提出所有代价函数，都是直接从处理输出信号的“非高斯测度”及“互非高斯测度”出发。算法只涉及信号的二阶及四阶统计量，与传统的信息极大化方法及高阶矩算法相比，本章算法相对简单。本章的主要贡献在于提出了用信号的“非高斯测度”、“互非高斯测度”来控制信号的高阶自相关及互相关的思想。不过，对于多输出结构，在线矩估计所带来的负面影响是不能不考虑的。这也是我们在实验模拟中未采用过多的源信号，以及未加入噪声的原因。第四章中我们将详细讨论矩估计问题并给出改进方案。

## 第三章 基于高阶互相关的主独立信号分析

### 3.1 主独立信号分析概念的提出

在第二章中我们已经对主要的函数进行了定义，这里先进一步给出非高斯能量及主独立信号的定义式。假设  $n$  个独立源信号中有  $p$  个超高斯信号， $n-p$  个欠高斯信号。并假设由源信号线性组合而成的参考信号  $r$  可以表达为

$$r = \sum_l m_l s_l \quad (3-1)$$

定义

$$Ng\_E(s_i | r) = |m_i|^2 Cum(s_i : 2) Ng(s_i) = \frac{|m_i|^2 Cum(s_i : 4)}{Cum(s_i : 2)} \quad (3-2)$$

为信号  $s_i$  在参考信号中的“非高斯能量”。这里用“能量”的提法只是出于量纲上的考虑。同时，不失一般性，我们假设源信号及参考信号满足

$$\begin{aligned} Ng\_E(s_1 | r) &\geq Ng\_E(s_2 | r) \geq \dots \geq Ng\_E(s_p | r) > 0 \\ &> Ng\_E(s_{p+1} | r) \geq \dots \geq Ng\_E(s_n | r) \end{aligned} \quad (3-2)$$

那么，我们把  $s_1$  称为是参考信号  $r$  中的主独立超高斯信号，把  $s_p$  称为是参考信号  $r$  中的最小独立超高斯信号。同样， $s_n$  可以称为是主独立欠高斯信号，而  $s_{p+1}$  则被称为是最小独立欠高斯信号。

在源信号具有相同的高斯类型的场合，例如所有源信号均为超高斯信号，那么主独立超高斯信号可以简称为参考信号  $r$  中的主独立信号或主独立元。

在最开始的讨论中，我们曾经不只一次地提到，盲信号分离算法的输出结果具有一定的不确定性。实际上我们无法确切地预测单个网络输出将收敛到什么样的结果。这一不确定性使得盲信号分离算法必须实现彻底的信号分离。在很多的实际应用中，大部分源信号只是作为干扰信号而被考虑进来的，我们想要得到的是源信号中的一个或几个特定的信号。显然，传统的盲信号分离方法完全没有考虑到源信号间的不对称性，因而无法在不彻底进行信号分离的前提下实现这一目标。而且，我们可以发现，虽然我们假设源信号与混合矩阵是未知的，但实际中的情况可能并非如此严格。例如在胎儿心电信号检测中，母体的心电信号幅度大大高于胎儿心电。虽然我们并不确切地知道源信号及混合信道的信息，但这样明显的特征显然是不应该被忽略的。这就是我们想到主独立信号分析的原因。

在本章中我们将讨论如何从某个参考信号中直接提取一个或前几个主独立元，本章的后半部分将把这一思路扩展到多个参考信号的情况。同时，在后面的计算机模拟结果中，我们也可以看到主独立信号分析思路在实际中的一些有趣的应用想法。

### 3.2 单输出结构

我们仍然假设所有源信号有相同的高斯类型，并假设有

$$\varphi N g_{-} E(s_1 | r) \geq \varphi N g_{-} E(s_2 | r) \geq \dots \geq \varphi N g_{-} E(s_n | r) > 0 \quad (3-3)$$

下面我们用单输出网络结构来直接从参考信号中提取主独立元。

#### 3.2.1 网络结构

网络结构如图所示

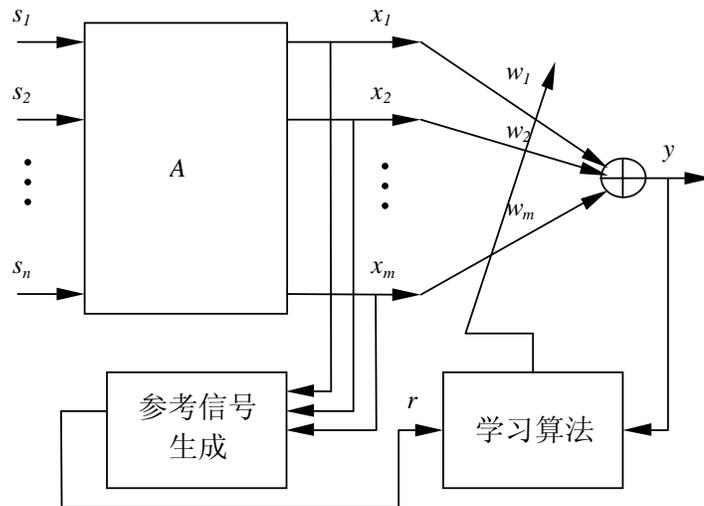


图 3-1：单输出主独立信号分析网络示意

这里之所以给出参考信号生成的示意，是为了说明，虽然我们需要提取信号中的不对称信息，但我们同样可以不打破传统的盲信号分离中“盲”的假设。网络代价函数取为

$$E(y) = \varphi N g(y, r) - (\text{Cum}(y:2) - 1)^2 \quad (3-4)$$

#### 3.2.2 算法及收敛性分析

与前面类似，我们同样采用极大化代价函数的方法。有

**结论 4：** 如果参考信号有唯一的主独立信号，即在(3-3)的假设前提下有

$$\varphi N g_{-} E(s_1 | r) > \varphi N g_{-} E(s_2 | r) \geq \dots \quad (3-5)$$

那么极大化代价函数(3-4)，网络输出将可以被表达为

$$y = g_1 s_1 \quad (3-6)$$

而且， $Cum(y:2)=1$  最终成立。

证明：幅度收敛性证明参见附录 A。方向收敛性的证明事实上非常简单，我们可以很容易地知道最终的收敛结果中， $g$  向量的元素只有可能有  $g_1$  非 0。因为如果存在  $i \neq 1$ ，使  $g_i \neq 0$ ，那么做扰动，令

$$|\tilde{g}_i|^2 = |g_i|^2 - \frac{\sigma}{Cum(s_i:2)} \quad (3-7)$$

$$|\tilde{g}_1|^2 = |g_1|^2 + \frac{\sigma}{Cum(s_1:2)} \quad (3-8)$$

考虑到(3-3)及(3-5)的假设，有

$$E(\tilde{y}) - E(y) = \frac{\varphi \sigma \left( \frac{|m_1|^2 Cum(s_1:4)}{Cum(s_1:2)} - \frac{|m_i|^2 Cum(s_i:4)}{Cum(s_i:2)} \right)}{\left( \sum_l |g_l|^2 Cum(s_l:2) \right) \left( \sum_l |m_l|^2 Cum(s_l:2) \right)} > 0 \quad (3-9)$$

证毕。

显然，由于加入了参考信号，单输出主独立元分析的收敛已经具有了全局性。而实际上，如果我们能够找到一个设计方案，使得我们所要的信号成为参考信号中的主独立元，那么本节所给出的算法显然要比传统的盲分离算法简单很多。

### 3.2.3 多信号类型下收敛性讨论

在输入信号同时含有超高斯及欠高斯分量的情况下，假设  $\varphi = 1$ ，我们仍然可以不失一般性地做出(3-3)的假设。可以看出，3.2.2 中的所有讨论将全部成立。只是，这次我们搜索到的是参考信号中的主独立超高斯信号。同样， $\varphi = -1$  将使得网络收敛到参考信号中的主独立欠高斯信号。这一结果也仍然与我们前面提出的，“ $\varphi = 1$ 是在进行超高斯信号分析， $\varphi = -1$ 是在进行欠高斯信号分析”的说明保持一致。

## 3.3 多输出结构

在能够控制信号间高阶互相关的前提下，主独立元分析网络实际上有很灵活的可扩展性。类似于 Oja 的主元分析，下面我们提出的多输出网络将能够依次地从参考信号中搜索出一个或前几个主独立信号。由于收敛具有全局性，且每一个输出的收敛结果都是可预测的，所以在输出信号个数少于独立源信号个数的情况下，我们的网络仍然有它明显的实用意义。

### 3.3.1 网络结构

这里为了讨论方便，我们还是先假设所有源信号都有相同的高斯类型。多输出网络结构如图所示

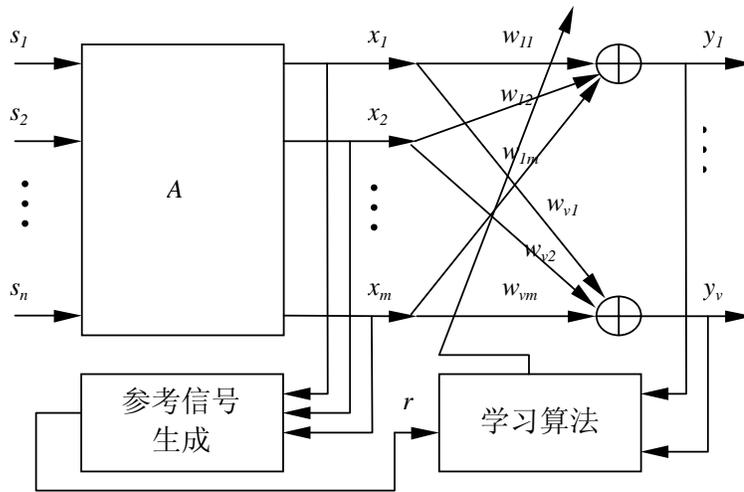


图 3-2 多输出主独立信号分析网络结构示意图

这里仍然采用梯形算法结构。对输出  $y_h$ ，网络代价函数取为

$$E(y_h) = \varphi \left( Ng(y_h, r) - \sum_{k < h} Ng(y_h, y_k) \right) - (Cum(y_h : 2) - 1)^2 \quad (3-10)$$

### 3.3.2 算法及收敛性讨论

假设在参考信号  $r$  中，各独立源信号的非高斯能量各不相同，考虑到所有源信号有相同高斯类型的前提，先给出一个不失一般性的假设

$$\varphi Ng - E(s_1 | r) > \varphi Ng - E(s_2 | r) > \dots > \varphi Ng - E(s_n | r) \quad (3-11)$$

与前几部分相同，我们有如下的结论

**结论 5：** 极大化(3-10)的代价函数，在(3-11)假设的前提下，网络输出最终将

满足

- 1、对所有  $h = 1, 2, \dots, v$  , 输出  $y_h$  可以被表示为

$$y_h = g_{hh} s_h \quad (3-12)$$

- 2、对所有  $h = 1, 2, \dots, v$  , 输出  $y_h$  满足

$$\text{Cum}(y_h : 2) = 1 \quad (3-13)$$

证明：幅度收敛性证明参见附录 A。在方向收敛证明中，我们仍然采用数学归纳法。

由于  $y_1$  的代价函数中不包含各输出间的高阶互相关项，其形式与(3-4)式完全相同，易知结论 5 对  $y_1$  成立。

假设对所有  $k < h$  , 结论 5 对输出  $y_k$  成立。考虑输出  $y_h$  , 如果在输出  $y_h$  中，存在  $i \neq h$  , 使  $g_{hi} \neq 0$  , 那么取  $\sigma > 0$  , 做扰动，

$$|\tilde{g}_{hi}|^2 = |g_{hi}|^2 - \frac{\sigma}{\text{Cum}(s_i : 2)} \quad (3-14)$$

$$|\tilde{g}_{hh}|^2 = |g_{hh}|^2 + \frac{\sigma}{\text{Cum}(s_h : 2)} \quad (3-15)$$

若  $i > h$  , 因为前面的网络输出中并不包含  $s_i$  , 并考虑到(3-11)的假设，有

$$E(\tilde{y}_h) - E(y_h) = \frac{\varphi\sigma \left( \frac{|m_h|^2 \text{Cum}(s_h : 4)}{\text{Cum}(s_h : 2)} - \frac{|m_i|^2 \text{Cum}(s_i : 4)}{\text{Cum}(s_i : 2)} \right)}{\left( \sum_l |g_{hl}|^2 \text{Cum}(s_l : 2) \right) \left( \sum_l |m_l|^2 \text{Cum}(s_l : 2) \right)} > 0 \quad (3-16)$$

反之，如果  $i < h$  , 按照(3-12)的假设，得

$$\begin{aligned} E(\tilde{y}_h) - E(y_h) &= \frac{\varphi\sigma \left( \frac{|m_h|^2 \text{Cum}(s_h : 4)}{\text{Cum}(s_h : 2)} - \frac{|m_i|^2 \text{Cum}(s_i : 4)}{\text{Cum}(s_i : 2)} \right)}{\left( \sum_l |g_{hl}|^2 \text{Cum}(s_l : 2) \right) \left( \sum_l |m_l|^2 \text{Cum}(s_l : 2) \right)} \\ &\quad + \frac{\varphi\sigma \frac{|g_{ii}|^2 \text{Cum}(s_i : 4)}{\text{Cum}(s_i : 2)}}{\left( \sum_l |g_{hl}|^2 \text{Cum}(s_l : 2) \right) \left( \sum_l |g_{il}|^2 \text{Cum}(s_l : 2) \right)} \\ &> \frac{\varphi\sigma \frac{|g_{ii}|^2 \text{Cum}(s_i : 4)}{\text{Cum}(s_i : 2)}}{\left( \sum_l |g_{hl}|^2 \text{Cum}(s_l : 2) \right) \left( \sum_l |g_{il}|^2 \text{Cum}(s_l : 2) \right)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\varphi\sigma \frac{|m_i|^2 \text{Cum}(s_i:4)}{\text{Cum}(s_i:2)}}{\left(\sum_l |g_{hl}|^2 \text{Cum}(s_l:2)\right) \left(\sum_l |m_l|^2 \text{Cum}(s_l:2)\right)} \\
& > \frac{\varphi\sigma}{\left(\sum_l |g_{hl}|^2 \text{Cum}(s_l:2)\right)} (Ng(s_i) - Ng(s_i)) = 0 \quad (3-17)
\end{aligned}$$

综合上述，在代价函数  $E(y_h)$  取极大值时， $g$  向量中只有  $g_{hh}$  不为 0。即结论 5 对  $y_h$  成立。

证毕。

### 3.3.3 多信号类型下的收敛性讨论

接下来我们讨论超高斯及欠高斯源信号同时存在的场合。实际上无论源信号在参考信号中的非高斯能量是大于 0 还是小于 0，只要他们互不相同，我们总可以按照  $\varphi Ng\_E(s_i|r)$  的大小将源信号排列起来。不过在多信号类型的情况下，结论 5 的要求有些变化。假设源信号中有  $p$  个超高斯信号， $n-p$  个欠高斯信号，那么我们附加的要求为，

对  $\varphi = 1$  的超高斯信号分析，我们要求输出信号个数满足  $v \leq p$ ；而对  $\varphi = -1$  的欠高斯信号分析，我们要求输出信号个数满足  $v \leq n - p$ 。

下面我们以  $\varphi = 1$  为例证明结论 5。不失一般性，先假设

$$\begin{aligned}
& Ng\_E(s_1|r) > Ng\_E(s_2|r) > \dots > Ng\_E(s_p|r) > 0 \\
& > Ng\_E(s_{p+1}|r) > Ng\_E(s_{p+2}|r) > \dots > Ng\_E(s_n|r) \quad (3-18)
\end{aligned}$$

显然， $y_1$  将收敛到主独立超高斯信号，结论 5 对  $y_1$  成立。假设结论 5 对  $k < h$  成立，由  $v \leq p$  及(3-18)的假设，网络前面的输出将都收敛在超高斯信号上。现在考虑  $y_h$ ，如果有  $i \neq h$ ，使  $g_{hi} \neq 0$ ，那么同样按照(3-14)(3-15)式做扰动。当  $i > h$  时，考虑到  $\varphi Ng\_E(s_h|r) > \varphi Ng\_E(s_i|r)$ ，(3-16)式仍然成立。同时，当  $i < h$  时，考虑到  $s_i$ 、 $s_h$  均为超高斯信号，易知(3-17)也同样成立。

所以在多种信号类型同时存在的条件下， $\varphi = 1$  将使网络输出依次收敛到  $r$  中的前  $v$  个超高斯独立信号，同理， $\varphi = -1$  时，网络将依次收敛到前  $v$  个欠高斯独立信号。

### 3.4 多参考信号扩展

主独立信号分析的结构非常灵活。前面我们讨论了单输出与多输出结构，实际上，主独立信号分析还有一个多参考信号的扩展形式。从后面的讨论中我们可以看出，多参考信号的扩展给参考信号设计带来了很大方便，可能将是主独立信号分析思想在实际中最有前景的应用形式。以下我们仅以单输出网络为例，说明这种扩展。

#### 3.4.1 网络结构

与图 3-1 类似，这里先给出多参考信号的网络结构示意图

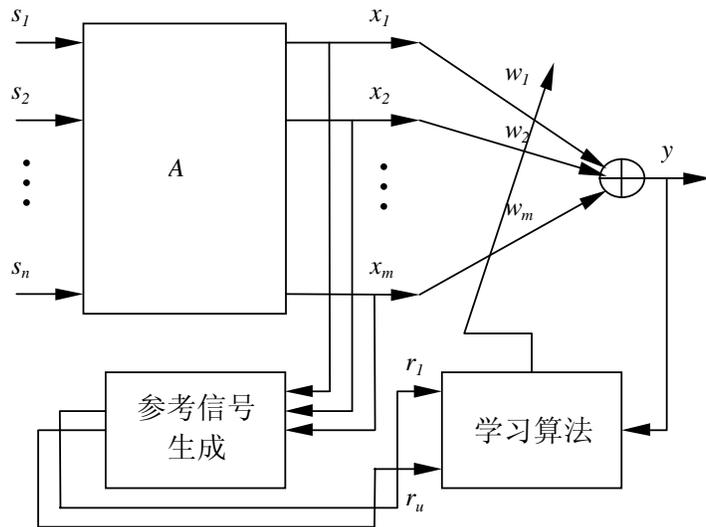


图 3-3 多参考信号网络扩展结构示意图

类似(3-1)式，这里假设参考信号  $r_i$  可以表示为

$$r_i = \sum_l m_{il} s_l \quad (3-19)$$

同时，假设一个一阶多变量函数

$$f(x_1, x_2, \dots, x_u) = \sum_{l=1}^u a_l x_l \quad (3-20)$$

我们的多参考信号扩展的网络代价函数取为

$$E(y) = \varphi(Ng(y, r_1), Ng(y, r_2), \dots, Ng(y, r_u)) - (Cum(y:2) - 1)^2 \quad (3-21)$$

#### 3.4.2 算法及收敛性证明

这里有一个有趣的事实，假设我们把源信号在各参考信号中的非高斯能量归一后作为变量代入  $f(\cdot)$  函数，并把结果排序。在结果各不相同的前提下，不失一般性，设

$$\begin{aligned} & \varphi\left(\frac{Ng - E(s_1 | r_1)}{Cum(r_1 : 2)}, \frac{Ng - E(s_1 | r_2)}{Cum(r_2 : 2)}, \dots, \frac{Ng - E(s_1 | r_v)}{Cum(r_v : 2)}\right) 0 \\ & > \varphi\left(\frac{Ng - E(s_2 | r_1)}{Cum(r_1 : 2)}, \frac{Ng - E(s_2 | r_2)}{Cum(r_2 : 2)}, \dots, \frac{Ng - E(s_2 | r_v)}{Cum(r_v : 2)}\right) \\ & > \dots \\ & > \varphi\left(\frac{Ng - E(s_n | r_1)}{Cum(r_1 : 2)}, \frac{Ng - E(s_n | r_2)}{Cum(r_2 : 2)}, \dots, \frac{Ng - E(s_n | r_v)}{Cum(r_v : 2)}\right) \end{aligned} \quad (3-22)$$

那么，有如下结论

**结论 6：** 极大化(3-21)给出的代价函数，在(3-22)的假设下，网络输出最终将收敛到独立源信号  $s_1$ 。即  $y$  可表示为  $y = g_1 s_1$  且  $Cum(y : 2) = 1$

证明：幅度收敛性证明在附录 A 中给出。这里只讨论方向性收敛。假设在输出中有  $i \neq 1$ ，使得  $g_i \neq 0$ ，那么做如下的扰动，

$$|\tilde{g}_i|^2 = |g_i|^2 - \frac{\sigma}{Cum(s_i : 2)} \quad (3-23)$$

$$|\tilde{g}_1|^2 = |g_1|^2 + \frac{\sigma}{Cum(s_1 : 2)} \quad (3-24)$$

结果为，

$$E(\tilde{y}_h) - E(y_h) = \sum_{k=1}^u a_k \frac{\varphi\sigma \left( \frac{|m_{k1}|^2 Cum(s_h : 4)}{Cum(s_h : 2)} - \frac{|m_{ki}|^2 Cum(s_i : 4)}{Cum(s_i : 2)} \right)}{\left( \sum_l |g_{hl}|^2 Cum(s_l : 2) \right) \left( \sum_l |m_{kl}|^2 Cum(s_l : 2) \right)} > 0 \quad (3-25)$$

证毕。注意这个证明过程中我们并没有假设源信号具有相同的高斯类型，也就是说上面的结论对混合类型的场合也同样成立。

可以看出，在多输出结构中，前面的输出对后面的输出来说可以认为是参考信号，所以这里不再重复证明多输出结构的收敛结果。另外，作为一种简单的变形，如果我们将代价函数取为

$$E(y) = \varphi(Ng(y, r_1)Cum(r_1 : 2), \dots, Ng(y, r_u)Cum(r_u : 2)) - (Cum(y : 2) - 1)^2 \quad (3-26)$$

并把假设(3-22)改为

$$\begin{aligned} & \varphi(Ng - E(s_1 | r_1), Ng - E(s_1 | r_2), \dots, Ng - E(s_1 | r_v)) \\ & > \varphi(Ng - E(s_2 | r_1), Ng - E(s_2 | r_2), \dots, Ng - E(s_2 | r_v)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&> \dots \\
&> \varphi(Ng - E(s_n | r_1), Ng - E(s_n | r_2), \dots, Ng - E(s_n | r_v)) \quad (3-27)
\end{aligned}$$

同样可以证明结论 5 成立，不过这次不是归一化后的非高斯能量，而是非高斯能量直接参与运算。在实际应用中，这两种结果将各有千秋。

### 3.5 离散域叠代算法

这里我们同样只以多输出结构的(3-10)式为例，给出离散域的叠代算法。对(3-10)式求导得

$$\begin{aligned}
\frac{dE(y_h)}{dw_h} = & \varphi \frac{2E\{|r|^2 y_h - E\{|r|^2\}y_h - E\{y_h r\}r^* - E\{y_h r^*\}r\}X^*}{E\{|y_h|^2\}E\{|r|^2\}} \\
& - \varphi \frac{2\left[E\{|y_h|^2|r|^2\} - E\{|y_h|^2\}E\{|r|^2\} - |E\{y_h r\}|^2 - |E\{y_h r^*\}|^2\right]E\{y_h X^*\}}{E\{|y_h|^2\}^2 E\{|r|^2\}} \\
& - \varphi \sum_{k < h} \frac{2E\{|y_k|^2 y_h - E\{|y_k|^2\}y_h - E\{y_h y_k\}y_k^* - E\{y_h y_k^*\}y_k\}X^*}{E\{|y_h|^2\}E\{|y_k|^2\}} \\
& + \varphi \sum_{k < h} \frac{2\left[E\{|y_h|^2|y_k|^2\} - E\{|y_h|^2\}E\{|y_k|^2\} - |E\{y_h y_k\}|^2 - |E\{y_h y_k^*\}|^2\right]E\{y_h X^*\}}{E\{|y_h|^2\}^2 E\{|y_k|^2\}} \\
& - 4\left(E\{|y_h|^2\} - 1\right)E\{y_h X^*\} \quad (3-28)
\end{aligned}$$

这样得到离散域叠代算法为

$$\begin{aligned}
w_{h(n+1)} = & w_{hn} - \mu\varphi \frac{\left[\langle |y_h|^2 |r|^2 \rangle_n - \langle y_h r \rangle_n^2 - \langle y_h r^* \rangle_n^2 - \langle |y_h|^2 \rangle_n \langle |r_n|^2 \rangle\right] y_{hn}}{\left(\langle |y_h|^2 \rangle_n\right)^2 \left(\langle |r|^2 \rangle_n\right)} X_n^* \\
& - \mu\varphi \frac{\langle |y_h|^2 \rangle_n \langle y_h r \rangle_n r_n^* + \langle |y_h|^2 \rangle_n \langle y_h r^* \rangle_n r_n}{\left(\langle |y_h|^2 \rangle_n\right)^2 \left(\langle |r|^2 \rangle_n\right)} X_n^* \\
& + \mu\varphi \sum_{k < h} \frac{\left[\langle |y_h|^2 |y_k|^2 \rangle_n - \langle y_h y_k \rangle_n^2 - \langle y_h y_k^* \rangle_n^2 - \langle |y_h|^2 \rangle_n \langle |y_k|^2 \rangle\right] y_{hn}}{\left(\langle |y_h|^2 \rangle_n\right)^2 \left(\langle |y_k|^2 \rangle_n\right)} X_n^* \\
& + \mu\varphi \sum_{k < h} \frac{\langle |y_h|^2 \rangle_n \langle y_h y_k \rangle_n y_{kn}^* + \langle |y_h|^2 \rangle_n \langle y_h y_k^* \rangle_n y_{kn}}{\left(\langle |y_h|^2 \rangle_n\right)^2 \left(\langle |y_k|^2 \rangle_n\right)} X_n^* \\
& - 2\mu \left(\langle |y_h|^2 \rangle_n - 1\right) y_{hn} X_n^* \quad (3-29)
\end{aligned}$$

$$\langle |y_h|^2 |r|^2 \rangle_{n+1} = (1 - \delta_{1h}) \langle |y_h|^2 |r|^2 \rangle_n + \delta_{1h} |y_{hn}|^2 |r_n|^2 \quad (3-30)$$

$$\langle |y_h|^2 \rangle_{n+1} = (1 - \delta_{2h}) \langle |y_h|^2 \rangle_n + \delta_{2h} |y_{hn}|^2 \quad (3-31)$$

$$\langle y_h r \rangle_{n+1} = (1 - \delta_{3h}) \langle y_h r \rangle_n + \delta_{3h} y_{hn} r_n \quad (3-32)$$

$$\langle y_h r^* \rangle_{n+1} = (1 - \delta_{4h}) \langle y_h r^* \rangle_n + \delta_{4h} y_{hn} r_n^* \quad (3-33)$$

$$\langle |r|^2 \rangle_{n+1} = (1 - \delta_5) \langle |r|^2 \rangle_n + \delta_5 |r_n|^2 \quad (3-34)$$

$$\langle |y_h|^2 |y_k|^2 \rangle_{n+1} = (1 - \delta_{6hk}) \langle |y_h|^2 |y_k|^2 \rangle_n + \delta_{6hk} |y_{hn}|^2 |y_{kn}|^2 \quad (3-35)$$

$$\langle y_h y_k \rangle_{n+1} = (1 - \delta_{7hk}) \langle y_h y_k \rangle_n + \delta_{7hk} y_{hn} y_{kn} \quad (3-36)$$

$$\langle y_h y_k^* \rangle_{n+1} = (1 - \delta_{8hk}) \langle y_h y_k^* \rangle_n + \delta_{8hk} y_{hn} y_{kn}^* \quad (3-37)$$

其中  $\mu$  为学习步长，而  $\delta_{1h}, \delta_{2h}, \delta_{3h}, \delta_{4h}, \delta_5, \delta_{6hk}, \delta_{7hk}, \delta_{8hk}$  为矩估计步长值。

### 3.6 计算机模拟结果

这里我们先只对单参考信号、单输出结构给出计算机模拟的结果。与第二章相同，我们取三个 QAM 源信号。 $s_1$ 、 $s_2$ 、 $s_3$  分别为  $4 \times 4$ 、 $3 \times 3$ 、 $2 \times 2$  的 QAM 信号。不过，有些不同的是，这次我们取  $s_1$ 、 $s_3$  为独立同分布的欠高斯信号，而把  $s_2$  取为超高斯信号。混合矩阵  $A$  取为

$$A = \begin{bmatrix} -0.2665 + 0.9545i & -0.3992 + 1.2167i & 1.1287 + 0.6417i \\ 1.7232 + 2.1639i & -1.6432 - 1.7280i & 1.6208 + 1.3292i \\ -2.4251 - 0.6641i & -0.4453 + 0.0039i & 0.3054 - 2.0231i \end{bmatrix} \quad (3-37)$$

同样按照(2-53)式定义归一化相关函数，并把网络权值初始化为 1。参考信号  $r$  取为  $r = 3s_1 + 5s_2 + s_3$ ，取  $\varphi = -1$ 。按照前面的讨论，虽然在  $r$  中信号  $s_2$  的幅度最大，但由于  $\varphi = -1$  是进行欠高斯信号分析，系统将收敛到  $r$  中的主独立欠高斯信号  $s_1$ 。图 3-4 (a) 给出的是叠代 2100 步以后的收敛结果，(b) 显示的是系统收敛过程示意。

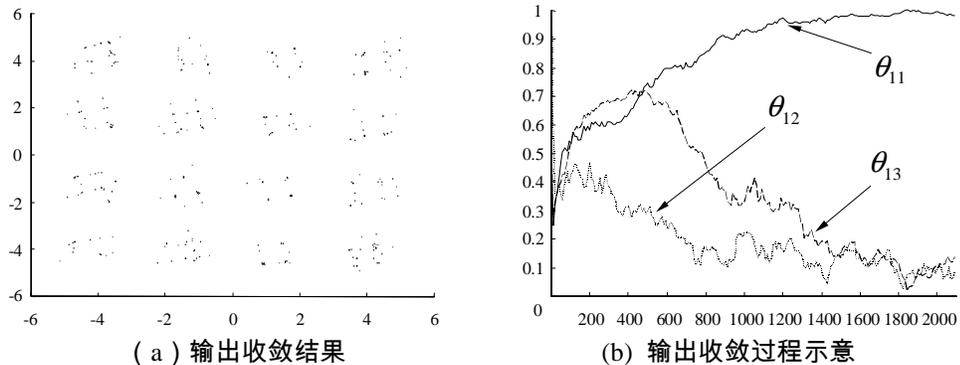


图 3-4 单输出结构主独立信号分析模拟结果

(叠代 2100 步，无噪声)

### 3.7 算法总结

主独立信号分析的主要意义在于这一概念的提出。与以往的算法相比，利用参考信号直接搜索所需要的信号无疑能够从总体上减小网络规模，进而减小系统运算量。另外，参考 3.4 的讨论，通过设计参考信号组及一阶线性函数，进而利用多参考的主独立信号分析网络搜索特定源信号的方法，可以说是独立信号分析领域的一个全新的应用概念。

不过，这里的所提及的各种算法，显然面临过多在线矩估计的问题。好在对于主要应用方向的单输出网络，这一问题并不是很突出。但对于多输出结构，庞大的矩估计运算使得实际收敛性能与它的理论证明并不相称。下一章中我们将对这一问题做较为详细的讨论。

## 第四章 算法的优缺点及改进方案

### 4.1 算法的优缺点概述

从前面的讨论中可以看出，我们的所有算法都直接利用了信号的高阶统计量。第二章中的算法虽然不是全局收敛的，但从应用的角度来说，不存在陷入局部极值点的问题。而第三章中的主独立信号分析算法本身就是全局收敛。这在高阶学习算法的网络中比较难得，也是本文算法的一个主要优点之一。

主独立信号分析算法的另一个突出的优点是它能够极大地减少网络输出的数量，从而简化网络结构。传统的独立元分析算法一般只有单输出与全输出两种形式。在某些信号分离的场合，我们并非对所有的信号都感兴趣，与传统盲分离算法相比，主独立元分析的思想显然能够体现出他的优越性。

但是，由于本文提出的算法均直接采用信号的高阶统计量。我们知道，在实际应用中，过多高阶矩估计结果的可信性很差<sup>[2]</sup>。特别是在噪声环境下，虽然算法在连续域被证明是全局收敛的，但由于矩估计带来的问题，使得离散域的叠代效果并不十分理想。这是本文算法的主要缺陷所在。

### 4.2 基于在线矩估计的改进方案

实际上，在线矩估计给系统带来的不利影响主要体现在两个方面。

首先，在第二、第三章的算法中，最后的迭代算法含有大量的二阶及四阶矩估计，这些估计式子各自独立，至少误差积累的结果也会给系统输出带来不小的影响。因此，寻找减小矩估计数量的算法是解决误差影响的有效途径之一。

其次，我们的所有矩估计都直接作用在输出端，虽然源信号是平稳随机信号，在假设  $A$  矩阵变化缓慢的前提下，接收信号也可以认为是平稳随机信号。但由于网络权一直在进行调整，要把输出也当作平稳信号处理，只有要求学习步长很小。但这样网络收敛速度显然要受到影响。为了解决这个问题，我们可以把矩估计转移到接收信号上，然后利用网络即时的权值推算出输出端的信号矩。这样只要输入信号的矩估计精度较高，我们就可以比较准确地得到输出端的矩估计值，

而避开权调整对矩估计的影响。不过，推算输出信号的四阶矩是有一定困难的，但如果我们可以通过归一化的办法保证输出信号幅度不变，那么实际上第二、三章中的各代价函数中的分母都可以略去。而对四阶累积量求导的结果，并不要求估计输出信号的四阶矩。这样我们最终的算法降为了三阶，而实际参与估计的统计量将只有两阶。

同时，在源信号均为实数信号的场合，借鉴非线性主元分析网络中，对信号进行预正交化处理的思想。我们可以进一步卓有成效地降低算法的复杂度，并同时改进矩估计特性。

先以第二章中的盲信号分离算法为例，改进的网络结构如图所示，

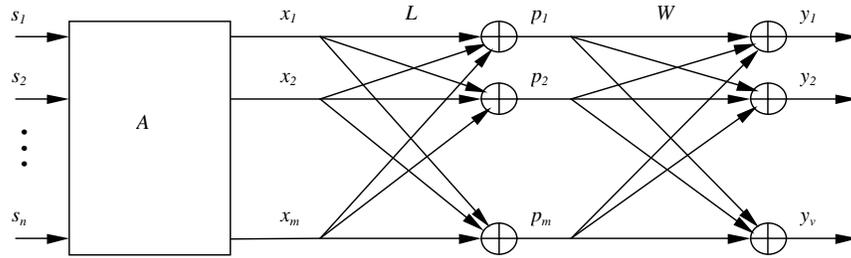


图 4-1 改进的盲分离网络

这里的  $L$  代表的是预正交化处理网络，学习算法采用 Oja 的主元分析算法

$$\frac{dL}{dt} = \mu [I - pp^T] L \quad (4-1)$$

证明从略，我们的目标是在预正交处理后， $p$  满足

$$E\{p_i^2\} = 1 \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (4-2)$$

$$E\{p_i p_j\} = 0 \quad (i, j = 1, 2, \dots, m; i \neq j) \quad (4-3)$$

这样，因为  $p$  的相关矩阵为单位阵，由  $y = Wp$ ，得

$$E\{yy^T\} = E\{Wpp^T W^T\} = WE\{pp^T\}W^T = WW^T \quad (4-4)$$

如果将权矩阵表示为  $W^T = [w_1, w_2, \dots, w_v]$ ，显然有

$$E\{y_i^2\} = w_i^T w_i, \quad E\{y_i y_j\} = w_i^T w_j \quad (i, j = 1, 2, \dots, v) \quad (4-5)$$

因此，我们只要通过归一化的办法，使  $w_i^T w_i = 1$ ，就可以保证  $Cum(y_i : 2) = 1$ 。

在这个前提下，(2-32)的代价函数退化为

$$E(y_h) = \varphi \left( Cum(y_h : 4) - 2 \sum_{k < h} Cum(y_h, y_k : 4) \right) \quad (4-6)$$

对这一代价函数求导，得

$$\frac{dE(y_h)}{dw_h} = E\{4\varphi_h^3 p - 12\varphi E\{y_h^2\} y_h p\}$$

$$-E\left\{\sum_{k<h}\left(4y_k^2y_h\mathbf{p}-4E\{y_k^2\}y_h\mathbf{p}-8E\{y_hy_k\}y_k\mathbf{p}\right)\right\} \quad (4-7)$$

考虑(4-5)式，有

$$\frac{dE(y_h)}{dw_h} = E\left\{4\phi y_h^3\mathbf{p}-12\phi y_h\mathbf{p}-\sum_{k<h}\left(4y_k^2y_h\mathbf{p}-4y_h\mathbf{p}-8\mathbf{w}_h^T\mathbf{w}_ky_k\mathbf{p}\right)\right\} \quad (4-8)$$

那么，在离散域，迭代算法将变为

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{h(n+1)} = & \mathbf{w}_{hn} + \mu\phi\left(y_{hn}^3\mathbf{p}_n - 3y_{hn}\mathbf{p}_n\right) \\ & - \mu\phi\sum_{k<h}\left(y_{kn}^2y_{hn}\mathbf{p}_n - y_{hn}\mathbf{p}_n - 2\mathbf{w}_{hn}^T\mathbf{w}_{kn}y_{kn}\mathbf{p}_n\right) \end{aligned} \quad (4-9)$$

这里 $\mu$ 为学习步长。显然，在绕开了矩估计问题的同时，(4-9)的迭代算法也比第二章中的算法简单了很多。不过需要考虑的是，这里针对的是实数信号，而且有预正交化的代价存在。

对于第三章中的主独立信号分析网络，我们只以单参考信号、多输出结构为例，说明改进算法的思路。改进后的网络结构如图

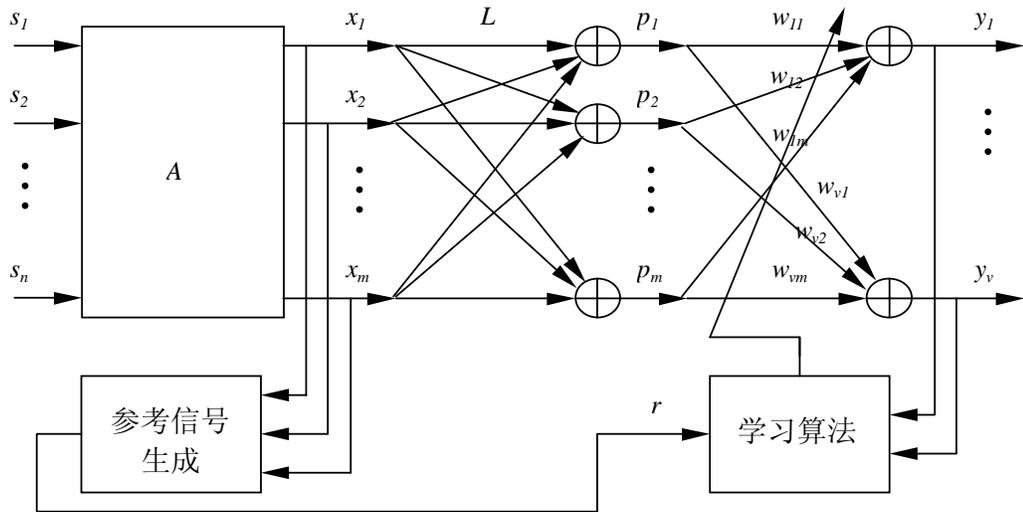


图 4-2 改进的主独立信号分析网络

这里的预正交化处理与前面相同，我们接下来只讨论后面的算法。参考(3-10)的代价函数，改进的网络代价函数为

$$E(y_h) = \phi\left(\frac{\text{Cum}(y_h, r; 4)}{\text{Cum}(r; 2)} - \sum_{k<h}\text{Cum}(y_k, y_h; 4)\right) \quad (4-10)$$

对(4-10)求导，得

$$\frac{dE(y_h)}{dw_h} = \phi\frac{E\{2r^2y\mathbf{p}-2E\{r^2\}y\mathbf{p}-4E\{ry\}r\mathbf{p}\}}{E\{r^2\}}$$

$$-\varphi \sum_{k < h} E \left\{ 2y_k^2 y_h \mathbf{p} - 2E\{y_k^2\} y_h \mathbf{p} - 4E\{y_k y_h\} y_k \mathbf{p} \right\} \quad (4-11)$$

考虑到  $y_h = \mathbf{w}_h^T \mathbf{p}$ ，有  $E\{ry_h\} = \mathbf{w}_h^T E\{r\mathbf{p}\}$ ，得到的离散迭代算法为

$$\mathbf{w}_{h(n+1)} = \mathbf{w}_{hn} + \mu\varphi \frac{\left[ r_n^2 y_{hn} \mathbf{p}_n - \langle r^2 \rangle_n y_{hn} \mathbf{p}_n - 2\mathbf{w}_{hn}^T \langle r\mathbf{p} \rangle_n r_n \mathbf{p}_n \right]}{\langle r^2 \rangle_n} - \mu\varphi \sum_{k < h} \left[ y_{kn}^2 y_{hn} \mathbf{p}_n - y_{hn} \mathbf{p}_n - 2\mathbf{w}_{hn}^T \mathbf{w}_{kn} y_{kn} \mathbf{p}_n \right] \quad (4-12)$$

$$\langle r^2 \rangle_{n+1} = (1 - \delta_1) \langle r^2 \rangle_n + \delta_1 r_n^2 \quad (4-13)$$

$$\langle r\mathbf{p} \rangle_{n+1} = (1 - \delta_2) \langle r\mathbf{p} \rangle_n + \delta_2 r_n \mathbf{p}_n \quad (4-14)$$

这里  $\mu$  为学习步长，而  $\delta_1, \delta_2$  为用来进行矩估计的小量。需要指出的是，这里用估计  $\langle r\mathbf{p} \rangle_n$ ，然后运算得到  $\langle ry \rangle_n$  的做法，在单输出结果中基本没有优势可言。然而，在多输出网络结构中， $\langle r\mathbf{p} \rangle_n$  的估计结果可以直接用于估计  $\langle ry_i \rangle_n$ ，( $i=1,2,\dots,v$ )，与前面未改进的算法相比，显然矩估计要简单得多。

虽然改进的算法都有预正交化运算的代价，但由于 Oja 的主元分析网络是二阶运算，而且有改进算法可以使得主元分析网络在离散域叠代中保持全局收敛特性。总的说来，用这样的代价来替代前两章多输出结构中庞大的矩估计式子是值得的，实验模拟也说明了这一点。另外还需要指出的是，实验表明，即使是在处理复值 QAM 源信号，原样采用前两章的算法时，加入预正交化网络也能够极大地提高输出的收敛速度。

### 4.3 计算机模拟结果

我们仍然采用三个独立欠高斯源信号，不过依据前面的假设，我们取的信号不再是 QAM 复值信号，而均为 PAM 实数信号。同时，为了简化模拟过程，我们不再模拟预正交化网络，而是直接对接收信号进行正交处理。所以这里混合矩阵  $A$  到底值为多少，对后面的网络表现基本没有什么影响。以下的实验中不再给出  $A$  阵的取值。

在第一个实验里，取  $s_1, s_2, s_3$  分别为 4 值、3 值及 2 值的 PAM 欠高斯独立信号。网络结构完全按照图 4-1 所示，不过不同的是，我们在接收端  $x_1, x_2, x_3$  处引入了加性噪声，使得接收信噪比降为 14db。同样用(2-53)式定义归一化相关函数来反映网络收敛状况。图 4-3 (a)、(c)、(e)给出的是网络的三个输出叠代 900 步的输出结果，(b)、(d)、(f)给出的是三个输出的收敛过程示意。

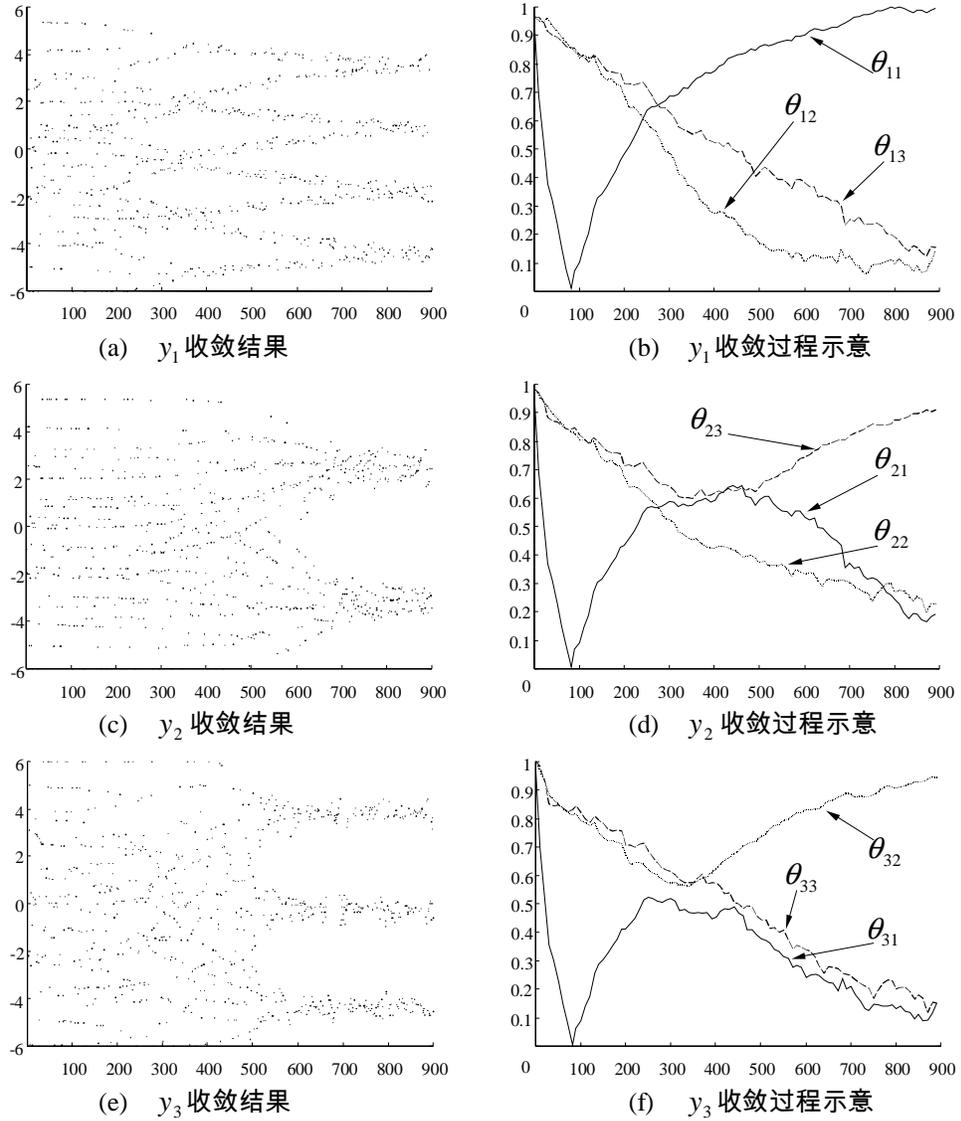


图 4-3 改进的盲分离算法模拟结果

(叠代步数 900, 信噪比 14db)

接下来的实验中，源信号与初始条件与上一个实验完全相同。不过我们这里用的是改进的主独立信号分析方法，取参考信号为  $r = 5s_1 + 3s_2 + s_3$ 。接收端及参考信号信噪比均取为 26db。图 4-4 给出了网络叠代 1200 步的结果。(a)、(c)、(e) 分别是网络三个输出信号，而(b)、(d)、(e)则分别是对应输出的收敛过程示意。从结果中我们可以清楚地看到，网络按照参考信号中各独立信号的非高斯能量的排列顺序，依次收敛到了主独立信号，次独立信号及最小独立信号。

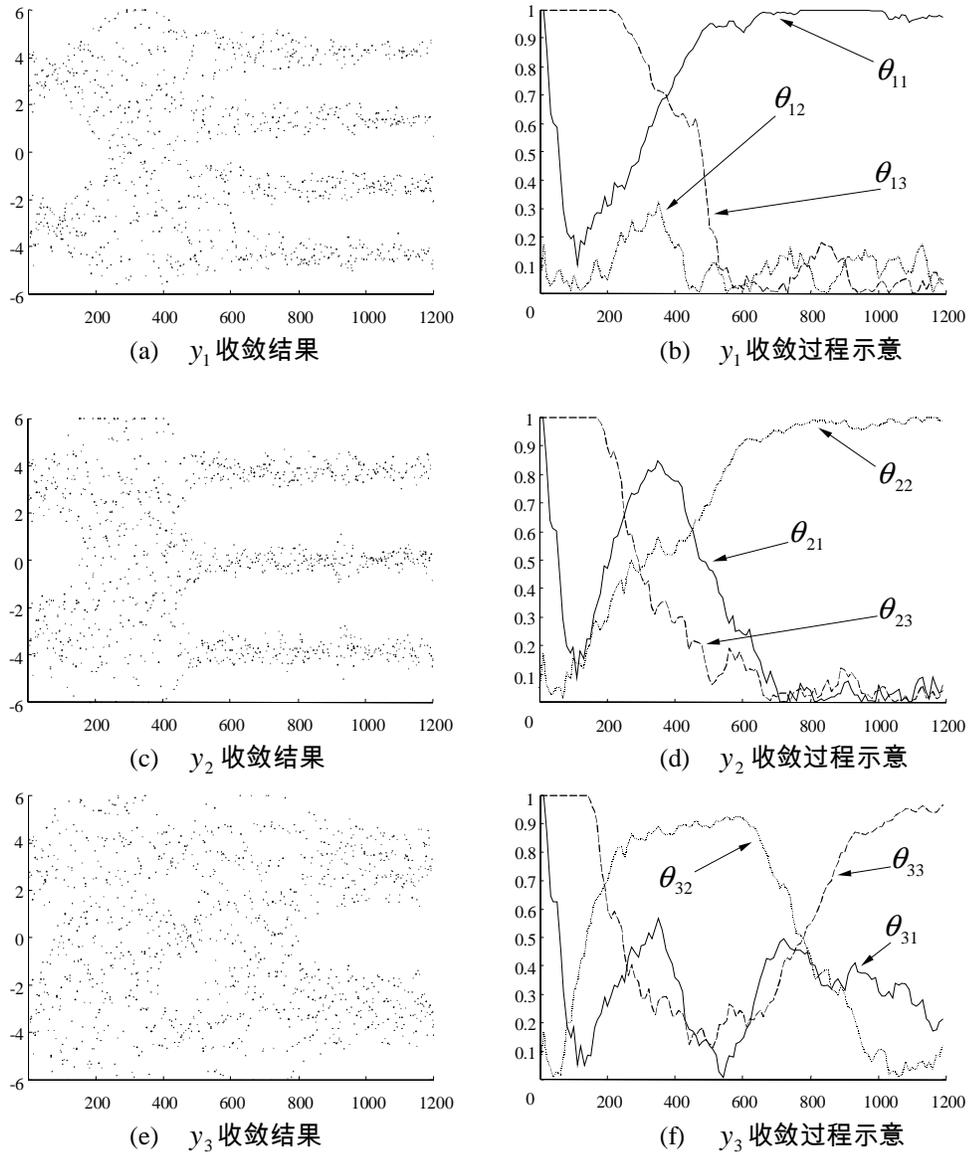


图 4-4 改进的主独立信号分析模拟结果

(叠代步数 1200, 信噪比 26db)

我们可以清楚地看到，改进后的网络无论从收敛速度及抗噪声性能方面都大大优于前两章的结果。而且，实际加入预正交化处理网络后，使得后续网络看到的等效混合矩阵的相对更标准，这样能够使得网络在不同的实际情况下有较为统一的收敛表现，这也是改进方案的优点之一。

## 第五章 主独立信号分析思想在 CDMA 通信中的应用

### 5.1 CDMA“远 - 近”问题概述

80 年代后期，以 A. J. Viterbi 为代表的通信和信号处理专家在 Qualcomm 公司提出并实现了 IS-95 标准的 CDMA 蜂窝移动通信系统。码分多址通信技术随即在全世界范围内受到了高度的重视<sup>[31]</sup>。由于 CDMA 通信系统的接入灵活、抗干扰能力强及信道利用率高等特点，几乎所有的专家都认为，到下一世纪，CDMA 将是无线通信中最主要的多址接入手段。当然，由于诸如多径效应，信号分离，功率控制等无线通信及移动通信的典型问题在 CDMA 系统中都非常突出地存在，也使得 CDMA 系统成为近期学术领域研究的热点。

CDMA 通信主要建立在扩频通信的基础上，其简单结构示意图如图

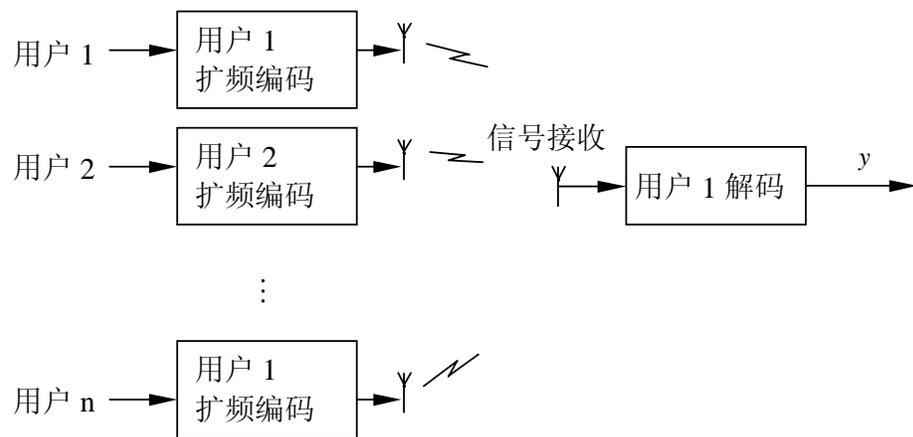


图 5 - 1 码分多址通信结构简介

在理想情况下，不同用户之间的扩频码之间相关性为 0，这样如图经过解码后，除用户 1 的信号以外，其它用户的信号将全部被屏蔽。

当然，实际情况并非如此，由于不同用户间的扩频码并不完全正交，所以解码后的结果中仍然残留有其它用户的信息。在实际应用中，各用户与接收站之间的距离相差可能非常之大。所以到达接收站时，信号本身的功率相差就可能很大，

当扩频码之间正交性不是很好时，强信号虽然经过扩频衰减，但仍有可能对弱信号形成干扰。这就是 CDMA 中的“远 - 近”问题。

现阶段的方法中，对“远 - 近”问题的解决通常是依靠快速精确的功率控制来实现<sup>[32]</sup>。总的说来，除了扩频衰减以外，系统并没有主动抑制用户间漏信号干扰的能力。

以下我们将提出两种利用主独立元分析解决“远 - 近”问题的思路。在第一种方案中，同样利用功率控制，但只要能够保证扩频增益足够大，使用户信号在解扩后仍然是主独立信号，我们就可以利用主独立元分析的思想直接提取该用户信号。在第二种思路中，假设源信号有相同的高斯类型，那么利用多参考信号设计组合，理论上我们可以在干扰大大强于用户信号本身的情况下，仍然从混合信号中提取出用户信号。

## 5.2 小信号干扰下的解决方案

利用主独立信号分析网络解决“远 - 近”问题的基本结构如图

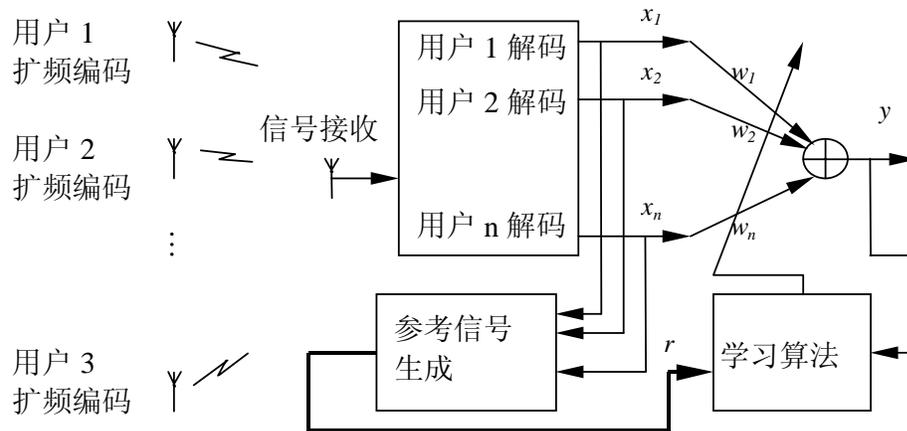


图 5-2 用主独立信号分析实现 CDMA“远 - 近”问题控制结构示意图

在 CDMA 通信中，有一个可以利用的优点。正如我们在图中所看到的那样，实际上只需要将同一天线接收信号分别针对各用户进行解扩，就可以很容易地得到足够数量的采样信号，作为主独立信号分析的接收输入。

我们在发送端进行两级功率控制，如图所示

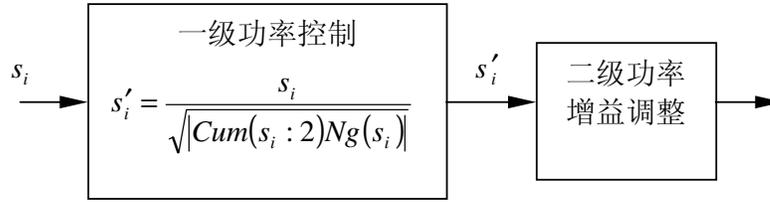


图 5-3 两级功率控制示意

在第一级控制中，我们使得输出  $s'_i$  满足  $|Cum(s'_i : 2)Ng(s'_i)|$  为一常数。在接收端，如果  $x_1$  可表示为

$$x_1 = \sum_l m_l s'_l = \sum_l \frac{m_l s_l}{\sqrt{|Cum(s_l : 2)Ng(s_l)|}} \quad (5-1)$$

同时假设在考虑第二级功率控制增益、信道增益及扩频增益后， $s'_1$  所得到的总增益最大，即  $m_1^2 > m_i^2$  ( $i = 2, 3, \dots, n$ )。那么显然有

$$Ng\_E(s_1 | x_1) = m_1^2 > m_i^2 = Ng\_E(s_i | x_1) \quad (5-2)$$

也就是说， $s_1$  一定是  $x_1$  中的主独立超高斯信号或主独立欠高斯信号。显然，只要用  $x_1$  做参考信号，直接应用单参考、单输出的主独立元分析网络，就可以提取出用户信号。

### 5.3 同信号类型下的解决方案

在源信号同时为超高斯信号或同时为欠高斯信号的前提下，我们还有一种解决方案。网络结构仍如图 5-2，发送端无需进行功率控制。

为了分析方便，我们假设接收信号针对  $s_i$  解调后，对  $s_i$  的幅度增益为 1，而对其它用户幅度衰减为  $\lambda$  ( $\lambda > 1$ )。由于解调前信号来源于同一接收天线，于是在接收端，有

$$x_i = \frac{1}{\lambda} \sum_l m_l s_l + \left(1 - \frac{1}{\lambda}\right) s_i \quad (5-3)$$

取所有解扩信号为参考信号，参照 3.4 的讨论，取一阶多变量函数为

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_1 - \frac{1}{n} \sum_l x_l \quad (5-4)$$

网络代价函数取为

$$E(y) = \varphi f(Ng(y, x_1)Cum(x_1 : 2), \dots, Ng(y, x_n)Cum(x_n : 2)) - (Cum(y : 2) - 1)^2 \quad (5-5)$$

参照(3-27)式，因为

$$\varphi f(Ng\_E(s_1 | x_1), Ng\_E(s_1 | x_2), \dots, Ng\_E(s_1 | x_n))$$

$$\begin{aligned}
&= \varphi \left[ |m_1|^2 \text{Cum}(s_1 : 2) Ng(s_1) - \frac{1}{n\lambda^2} \sum_{i=1}^n |m_i|^2 \text{Cum}(s_i : 2) Ng(s_i) \right] \\
&= \varphi \left( 1 - \frac{1}{\lambda^2} \right) |m_1|^2 \text{Cum}(s_1 : 2) Ng(s_1) \\
&> 0
\end{aligned} \tag{5-6}$$

而对  $i \neq 1$  , 有

$$\begin{aligned}
&\varphi' (Ng - E(s_i | x_1), Ng - E(s_i | x_2), \dots, Ng - E(s_i | x_n)) \\
&= \varphi \left[ \frac{1}{\lambda^2} |m_i|^2 \text{Cum}(s_i : 2) Ng(s_i) - \frac{1}{n\lambda^2} \sum_{i=1}^n |m_i|^2 \text{Cum}(s_i : 2) Ng(s_i) \right] \\
&+ \frac{\varphi}{n} \left( \frac{1}{\lambda^2} - 1 \right) |m_i|^2 \text{Cum}(s_i : 2) Ng(s_i) \\
&= \varphi \left( \frac{1}{\lambda^2} - 1 \right) |m_i|^2 \text{Cum}(s_i : 2) Ng(s_i) \\
&< 0
\end{aligned} \tag{5-7}$$

根据 3.4 的讨论结果, 显然网络输出最终将收敛到  $s_1$  , 即我们想要的用户信号。这里比较有趣的是, 网络的收敛结果与  $m_i$  的大小无关。也就是说, 就算多址干扰大大强于用户信号, 理论上我们仍然可以得到相应的用户信号。

对(5-5)式的代价函数求导, 得

$$\begin{aligned}
\frac{dE(y)}{dw} &= \varphi \frac{2E\{ |x_1|^2 y - E\{ |x_1|^2 \} y - E\{ yx_1 \} x_1^* - E\{ yx_1^* \} x_1 | X^* \}}{E\{ |y|^2 \}} \\
&- \varphi \frac{2(E\{ |y|^2 |x_1|^2 \} - E\{ |y|^2 \} E\{ |x_1|^2 \} - |E\{ yx_1 \}|^2 - |E\{ yx_1^* \}|^2) E\{ yX^* \}}{E\{ |y|^2 \}^2} \\
&- \frac{\varphi}{n} \sum_i \frac{2E\{ |x_i|^2 y - E\{ |x_i|^2 \} y - E\{ yx_i \} x_i^* - E\{ yx_i^* \} x_i | X^* \}}{E\{ |y|^2 \}} \\
&+ \frac{\varphi}{n} \sum_i \frac{2[E\{ |y|^2 |x_i|^2 \} - E\{ |y|^2 \} E\{ |x_i|^2 \} - |E\{ yx_i \}|^2 - |E\{ yx_i^* \}|^2] E\{ yX^* \}}{E\{ |y|^2 \}^2} \\
&- 4(E\{ |y|^2 \} - 1) E\{ yX^* \}
\end{aligned} \tag{5-8}$$

因此离散域的叠代算法为

$$\begin{aligned}
w_{n+1} &= w_n - \mu \varphi \frac{\left[ \langle |y|^2 |x_1^*|^2 \rangle_n - \langle yx_1 \rangle_n^2 - \langle yx_1^* \rangle_n^2 - \langle |y|^2 \rangle_n |x_{1n}|^2 \right] y_n}{\left( \langle |y|^2 \rangle_n \right)^2} x_n^* \\
&- \mu \varphi \frac{\langle |y|^2 \rangle_n \langle yx_1 \rangle_n x_{1n}^* + \langle |y|^2 \rangle_n \langle yx_1^* \rangle_n x_{1n}}{\left( \langle |y_h|^2 \rangle_n \right)^2} x_n^*
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\mu\varphi}{n} \sum_l \frac{\left[ \langle |y|^2 |x_l|^2 \rangle_n - \langle yx_l \rangle_n^2 - \langle yx_l^* \rangle_n^2 - \langle |y|^2 \rangle_n |x_{ln}|^2 \right] y_n}{\left( \langle |y|^2 \rangle_n \right)^2} x_n^* \\
 & + \frac{\mu\varphi}{n} \sum_l \frac{\langle |y|^2 \rangle_n \langle yx_l \rangle_n x_{ln}^* + \langle |y|^2 \rangle_n \langle yx_l^* \rangle_n x_{ln}}{\left( \langle |y|^2 \rangle_n \right)^2} x_n^* \\
 & - 2\mu \left( \langle |y|^2 \rangle_n - 1 \right) y_n x_n^* \tag{5-9}
 \end{aligned}$$

$$\langle |y|^2 |x_h|^2 \rangle_{n+1} = (1 - \delta_{1h}) \langle |y|^2 |x_h|^2 \rangle_n + \delta_{1h} |y_n|^2 |x_{hn}|^2 \tag{5-10}$$

$$\langle |y|^2 \rangle_{n+1} = (1 - \delta_2) \langle |y|^2 \rangle_n + \delta_2 |y_n|^2 \tag{5-11}$$

$$\langle yx_h \rangle_{n+1} = (1 - \delta_{3h}) \langle yx_h \rangle_n + \delta_{3h} y_n x_{hn} \tag{5-12}$$

$$\langle yx_h^* \rangle_{n+1} = (1 - \delta_{4h}) \langle yx_h^* \rangle_n + \delta_{4h} y_n x_{hn}^* \tag{5-13}$$

这里  $\mu$  为学习步长， $\delta_{1h}, \delta_2, \delta_{3h}, \delta_{4h}$  分别为各在线矩估计步长。

### 5.4 计算机模拟结果

这里只针对 5.2 的方案给出模拟结果。取三个独立同分布的欠高斯复值信号， $s_1$  为  $4 \times 4$  QAM 信号， $s_2$  为  $3 \times 3$  QAM 信号， $s_3$  为  $2 \times 2$  QAM 信号。我们具体所用的模拟系统结构如图所示

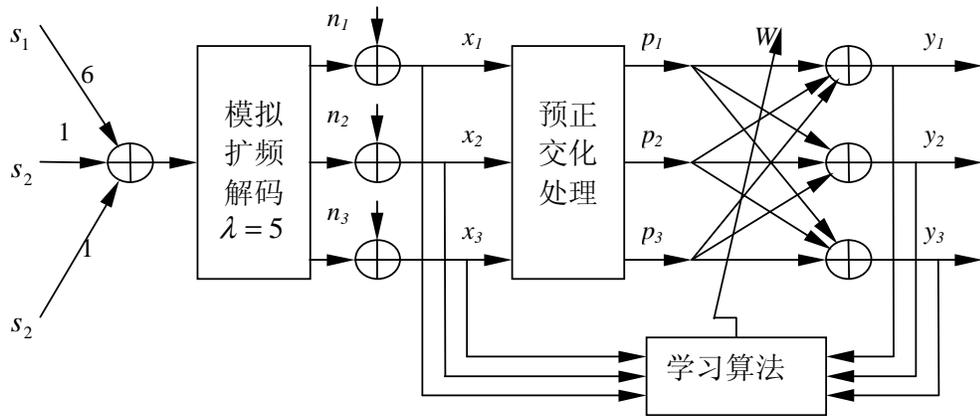


图 5-4 CDMA“远-近”控制模拟系统结构示意图

先假设天线接收到的混合信号为  $6s_1 + s_2 + s_3$ 。取  $\lambda = 5$ ，这样三个解扩输出分别为

$$\begin{cases} x_1 = 6s_1 + 0.2s_2 + 0.2s_3 + n_1 \\ x_2 = 1.2s_1 + s_2 + 0.2s_3 + n_2 \\ x_3 = 1.2s_1 + 0.2s_2 + s_3 + n_3 \end{cases} \quad (5-14)$$

其中  $n_1, n_2, n_3$  为加性噪声项，接收端信噪比为 20db。注意这里我们没有进行扩频编码，而是直接采用了基带的办法来模拟扩频及解扩效果。我们在接收信号后面加了一级预正交化处理网络，后级中我们也仍然直接采用第三章未做改进的主独立信号分析算法。虽然从理论上说正交化处理网络并不是必要的，不过实际模拟证明这样的处理可以极大提高输出端的收敛性能。在主独立信号分析中，我们取三个并行的输出。对输出  $y_1$ ，一阶多变量函数取为

$$f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_1 - \frac{1}{n} \sum_l x_l \quad (5-15)$$

网络代价函数取为

$$E(y) = \varphi_1(Ng(y_1, x_1)Cum(x_1 : 2), \dots, Ng(y_1, x_n)Cum(x_n : 2)) - (Cum(y_1 : 2) - 1)^2 \quad (5-16)$$

对输出  $y_2$ ，多变量函数取为

$$f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_2 - \frac{1}{n} \sum_l x_l \quad (5-17)$$

网络代价函数取为

$$E(y) = \varphi_2(Ng(y_2, x_1)Cum(x_1 : 2), \dots, Ng(y_2, x_n)Cum(x_n : 2)) - (Cum(y_2 : 2) - 1)^2 \quad (5-18)$$

对输出  $y_3$ ，一阶函数取为

$$f_3(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_3 - \frac{1}{n} \sum_l x_l \quad (5-19)$$

网络代价函数为

$$E(y) = \varphi_3(Ng(y_3, x_1)Cum(x_1 : 2), \dots, Ng(y_3, x_n)Cum(x_n : 2)) - (Cum(y_3 : 2) - 1)^2 \quad (5-20)$$

根据 5.2 中的讨论，我们知道  $y_1, y_2, y_3$  将分别收敛到  $s_1, s_2, s_3$ 。下面我们来看看主独立信号分析网络的实际表现。我们仍然按照(2-53)定义归一化相关函数，图 5-5 的(a)，(c)，(e)分别给出了网络在叠代 2100 步后的收敛结果，而(b)，(d)，(f)给出的分别是三个网络输出的收敛过程示意

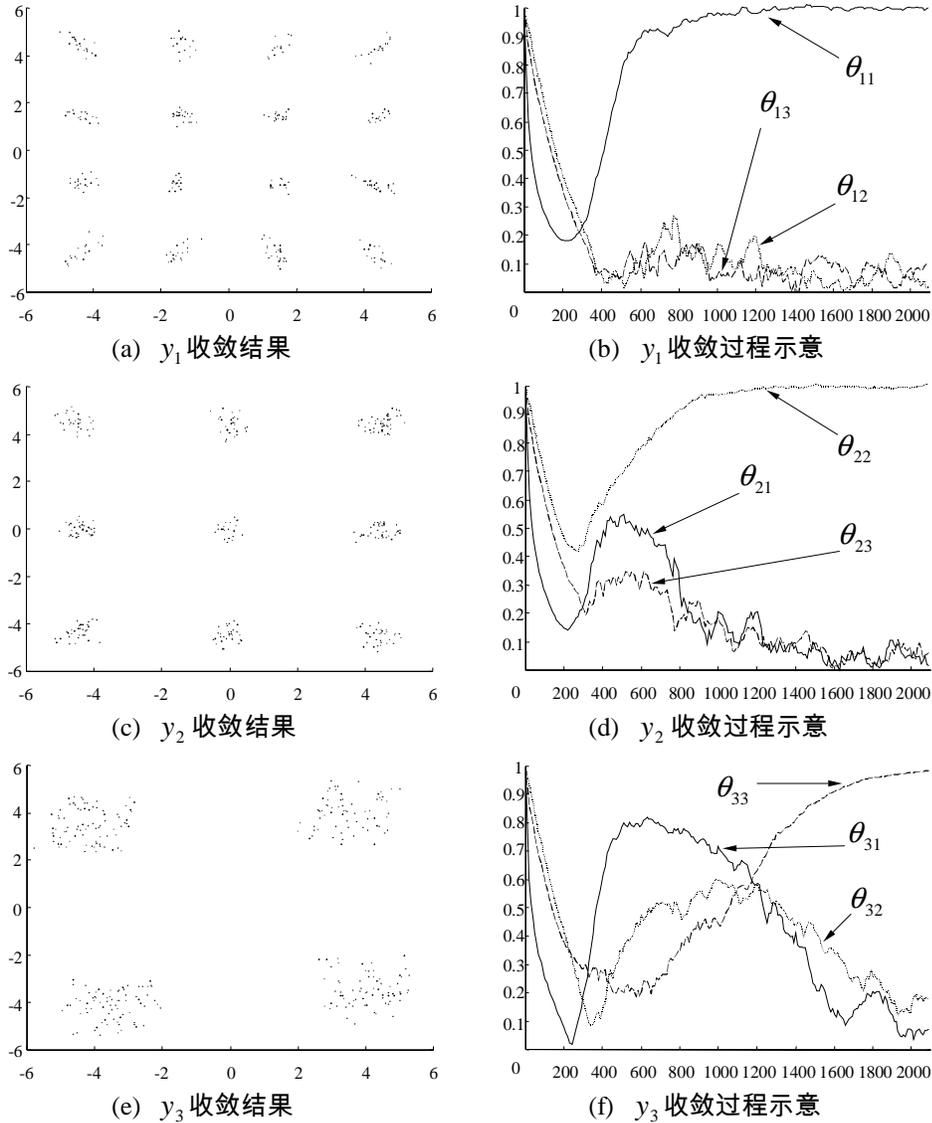


图 5-5 多参考主独立信号分析用于“远-近”控制模拟结果  
(叠代步数 2100, 信噪比 20db)

这里应该注意到,在接收信号  $x_2$  及  $x_3$  中,  $s_1$  的信号幅度已经超过了相应的用户信号幅度,这在以往的“远-近”控制中是无法忍受的<sup>[33][34]</sup>。而利用我们所提出的多参考的主独立信号分析思想,网络不但能快速、并行地搜索出用户信号,同时还能够抵抗较大的噪声干扰。

当然,实验中考虑的只是个理论化的模型,实际情况会复杂些。但我们显然可以从本章的例子中看出主独立信号分析在实际中的应用前景。

## 第六章 总结及展望

本文在分析总结以往各种独立信号分析算法的基础上，给出了作者提出的基于高阶统计特性的独立信号分析及主独立信号分析思想，提出了实际应用的构想并给出了实验模拟结果。

在算法方面，从处理信号的“非高斯测度”及“互非高斯测度”出发设计独立信号分析算法，是一个比较新颖的思想。特别是引入“互非高斯测度”来控制输出信号的高阶互相关的做法，在独立信号分析方法中尚属首次。本文算法无论在收敛性及运算复杂程度方面都优于现有的高阶矩或非线性算法。另外，主独立信号分析的思想是一个全新的概念。这一思想提取采样信号中的不对称信息，解决了以往盲信号分离结果中的不确定性问题。使得独立信号分析方法有可能简便地应用于信号跟踪、特殊信号提取等领域。特别是多参考信号扩展的主独立元分析思想，在实际中有很好的收敛特性及非常大的灵活性。与传统的独立信号分析方法相比，在不需要彻底进行全部信号分离的场合，主独立信号分析的思路可以大大简化网络结构及运算复杂度。这也将为独立信号分析方法在这些领域的应用开辟一个新的天地。

在应用方面，单参考单输出的主独立信号分析本身已经可以直接应用于诸如漏信号抑制及胎儿心电提取等问题中。本文提出的解决 CDMA“远-近”控制问题的方法，是为了更好地体现主独立信号分析思想在实际应用中的灵活性与有效性。特别是在源信号有相同高斯类型的前提下，利用多信号扩展的主独立元分析方法，可以使得系统在有较大的接收噪声的同时，抵抗大于自身信号幅度的多址干扰。这种环境在以往的“远-近”控制中是不可忍受的，而我们提出的方法在这样的环境下仍然可以保持很好的收敛性能。

不过由于时间方面的原因，本文所提出的很多思想还不是十分完善。预计将来的主要研究方向可以集中于以下几个方面。

- 1、虽然文章中的改进方案效果明显，但在线矩估计仍然是影响算法特性的主要因素。进一步提高在线矩估计的性能将是改进思路的重点。
- 2、实际上，文章的所有算法均来源于用“非高斯测度”及“互非高斯测度”来控制信号的高阶自相关及互相关。因此直接从原始思路出发设计非线性

性算法也是可行的方向。这里比较有趣的是，从(4-9)的改进式中，我们已经看不到矩估计的痕迹了，这说明非线性算法与矩估计算法在一定意义上是统一的。

- 3、从文章的讨论及模拟中可以看出，纯粹利用“互非高斯测度”因子形成的算法，其收敛能力弱于基于“非高斯测度”因子的独立信号分析算法。怎样用其它方法提高“高阶互相关”对网络收敛的控制将是一个值得考虑的问题。
- 4、在实际应用方面，利用多参考结构的灵活设计，寻找主独立信号分析方法在实际中的应用，当然是必然的发展方向之一。

总的说来，本文的主要贡献仍然在理论方面，如果可能的话，作者将在以上几个方向上做进一步的研究工作。

## 附录 A : 幅度收敛证明

这里我们对网络输出的幅度收敛给出一个统一的证明，

**结论 7 :** 假设网络代价函数可以写为

$$E(y) = \varphi f(y) - (\text{Cum}(y:2) - 1)^2 \quad (\text{A-1})$$

且对任一常数  $\alpha$  ,  $f(\cdot)$  函数满足

$$f(\alpha y) = f(y) \quad (\text{A-2})$$

那么极大化代价函数，必然有  $\text{Cum}(y:2) = 1$  成立

**证明 :** 假设在某一平衡点处有  $\text{Cum}(y:2) \neq 1$  , 那么我们取  $2 > \sigma > 0$  , 注意到

$y = \sum_l g_l s_l$  , 令

$$|\tilde{g}_i|^2 = |g_i|^2 \left( 1 - \sigma \frac{\text{Cum}(y:2) - 1}{\text{Cum}(y:2)} \right) \quad (\text{A-3})$$

我们得到

$$E(\tilde{y}) - E(y) = (2\sigma - \sigma^2) (\text{Cum}(y:2) - 1)^2 > 0 \quad (\text{A-4})$$

这说明不满足  $\text{Cum}(y:2) = 1$  的点不可能是网络的极大点 ,  $\text{Cum}(y:2) \rightarrow 1$  将最终成立。

证毕。

## 参考文献

- [1] P. Comon, "Independent component analysis, A new concept?", *Signal Processing*, Vol. 36, pp. 287-314, 1994.
- [2] A. Hyvarinen, E. Oja, "Independent component analysis by general non-linear Hebbian-like learning rules", *Signal Processing*, Vol. 64, No. 3, 1998.
- [3] R.W. Liu, "Blind signal separation: I-fundamental concepts", *Journal of Circuits and Systems*, Vol. 1, No. 1, pp. 1-5, 1996.
- [4] R.W. Liu, "Blind signal separation: II-blind signal separation", *Journal of Circuits and Systems*, Vol. 1, No. 2, pp. 1-5, 1996.
- [5] A. Benveniste, M. Goursat, "Blind Equalizers", *IEEE Transactions on Communications*, Vol. Com-32, No. 8, August 1984.
- [6] L. Tong, G. Xu, T. Kailath, "A new approach to blind identification and equalization of multipath channels", *Proceeding 25th Asilomar Conference*, pp. 340-349, 1991.
- [7] L. Tong, S. Perreau, "Multichannel blind identification and estimation: from subspace to maximum likelihood methods", *Submitted to IEEE Proceedings*, May, 1997
- [8] J. K. Tugnait, "Blind spatio-temporal equalization and impulse response estimation for MIMO channels using a Godard cost function", *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. SP-45, pp. 268-271, January 1997.
- [9] O. Shanlvi, E. Weinstein, "New criteria for blind deconvolution of nonminimum phase systems (channels)", *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 36, No. 2, March 1990.
- [10] C. Jutten and J. Herault, "Blind separation of sources, Part I: An adaptive algorithm based on neuromimetic architecture", *Signal Processing*, vol. 24, pp. 1-20, 1991.
- [11] P. Comon, C. Jutten and J. Herault, "Blind separation of source, Part II: problems statement," *Signal Processing*, vol. 24, pp. 11-20, 1991.
- [12] X.T. Ling, R.W. Liu, "A stability theory of blind signal separation", *International Symposium on Nonlinear Theory and Its Applications*, pp. 5-9, Hawaii, December 1993.
- [13] A. Cichocki and R. Unbehauen, "Robust neural networks with on-line learning for blind identification and blind separation of sources", *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 43, No. 11, November 1996.
- [14] S. Amari, T. Chen and A. Cichocki, "Stability analysis of learning algorithms for blind source separation," *Neural Networks*, Vol. 10, No. 8, pp. 1345-1351, November 1997.
- [15] E. Oja, "The nonlinear PCA learning rule and signal separation - mathematical analysis", *Report A26*, Helsinki University of Technology, August 1995.
- [16] E. Oja, J. Karhunen, L. Wang, and R. Vigario, "Principal and independent components in neural networks - recent developments", *Proceeding VII Italian Workshop on Neural Nets WIRN'95*, May 18 - 20, 1995, Vietri sul Mare, Italy 1995.
- [17] E. Oja, "Principal components, minor components, and linear neural networks", *Neural Networks*, Vol. 5, pp. 927-935, 1992

- [18] Anthony J. Bell, Terrence J. Sejnowski, "An information-maximisation approach to blind separation and blind deconvolution", *Neural Computation*, Vol. 7, pp. 1129-1159, 1995.
- [19] S. Amari, A. Cichochi, H.H. Yang, "A new learning algorithm for blind signal separation", *NIPS-95*, Vol. 8, Denver, December 1995.
- [20] K. Torkkola, "Blind separation of delayed sources based on information maximization", *Proceedings of the IEEE Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, Atlanta, May 1996.
- [21] A. Hyvarinen, "A family of fixed-point algorithms for independent component analysis", Technical Report, A40, Helsinki University of Technology, Laboratory of Computer and Information Science, 1996.
- [22] K. Matsuoka, M. Ohya and M. Kawamoto, "A neural net for blind separation of nonstationary signals", *Neural Networks*, Vol. 8, No. 3, 1995.
- [23] L. Tong, R. Liu, V. Soon and Y. Huang, "Indeterminacy and identifiability of blind identification", *IEEE Transactions on Communication Systems*, Vol. 38, pp. 499-509, May 1991.
- [24] L. Tong, Y. Inouye and R. Liu, "Waveform preserving blind estimation of multiple independent sources", *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 41, pp. 2461-2470, July 1993.
- [25] J. F. Cardoso, S. Bose, and B. Friedlander, "On optimal source separation based on second and fourth order cumulants", *Proceeding IEEE Workshop on SSAP*, Corfou, Greece, 1996.
- [26] J. F. Cardoso, "A tetradic decomposition of 4th-order tensors: application to the source separation problem", volume III of *SVD and signal processing*, pages 375-382. Elsevier, 1995.
- [27] J. F. Cardoso and B. Laheld. "Equivariant adaptive source separation. To appear in *IEEE Transactions on Singal Processing*.
- [28] J. F. Cardoso, "The equivariant approach to source separation", *Proceeding NOLTA*, pp. 55-60, 1995.
- [29] B. A. Pearlmutter and L. C. Parra. "A context-sensitive generalization of ICA", 1996 *International Conference on Neural Information Processing*, Hong Kong, September 1996.
- [30] J. M. Mendel, "Tutorial on higher-Order statistics (spectra) in signal processing and system theory: theoretical results and some applications", *Processing of the IEEE*, Vol. 79, No. 3, March 1991.
- [31] A. J. Viterbi, "CDMA: Principles of Spread Spectrum Communication", Addison-WeSley Publishing Company, 1995.
- [32] A. J. Viterbi, A. M. Viterbi and E. Zehavi, "Performance of power-controlled wideband terrestrial digital communication", *IEEE Transactions on Communications* 41(4), pp. 559-569, 1993.
- [33] S. Verdu, "Minimum probability of error for asynchronous Gaussian multiple-access channels", *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. IT-32, January 1986.
- [34] D. C. Chen, B. J. Sheu and W. C. Young, "A CDMA communication detector with robust near-far resistance using paralleled array processors", *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, Vol. 7, No. 4, August 1997.

## 致 谢

本文研究工作的主要成果应该归功于我的导师凌燮亭教授的敏锐的眼光与耐心的指导。我非常庆幸我能够在学术生涯的重要阶段遇到一位这样学识渊博、治学严谨同时又能够真诚待人的导师。这几年的进步与成果无一不包含着凌老师有益的启发与耐心的指导。同时，他一丝不苟的治学态度、对科学研究的热情、对学生的关爱与不计名利的风范无时无刻不在影响着我。是他激发了我对科学研究工作的浓厚的兴趣，也是他使我懂得了一个真正的科学家的坦荡与宽容。也许科学研究工作在别人看来是乏味与平淡的，但我希望我将来能够象凌老师一样在我所热衷的领域继续我的学术生涯。

文章中的许多观点得益于与胡波师兄、赵青师姐、严容昶师兄的探讨，感谢他们给我的启发与帮助。同时我也深深感谢他们给我树立的榜样。不会忘记那每周一次的学术交流，不会忘记那办公桌前经常发生的激烈争论。也不会忘记在我最困难的时候，丰文义师兄、赵青师姐和严容昶师兄在国外给我的关心与帮助。好多次网上的聚会仍然历历在目，记得丰文义师兄在说“我终于批驳了 IEEE 上的文章”时的兴奋，也不会忘记严容昶师兄在告诉我“这次国际会议上 CAT 室员为第一作者的文章就有三篇”时的自豪。记得田玮师兄的“一定要主动接受新知识，封闭意味着退缩”的话语，也记得赵青师姐“人生的意义在于让喜欢我的和我喜欢的人得到更多的快乐”的教诲。几年来这些话语深深地印在我的脑海中，也必将陪伴我走过未来的风风雨雨。

感谢周老师家中丰盛的晚餐以及周老师在生活上给我的关心与帮助。不会忘记办公桌上水灵灵的鸭梨和张美玉老师亲手烹制的芋头烧鸭。很怀念原来与陈小涛、周红、刘斌、赵兰等师兄师姐们一起渡过的快乐时光。

同时我也非常感谢我的师弟们带来的又一个快乐与进取的氛围。我们有过科研上的鼓励与帮助，有过生活上的关心与照顾，有过讨论会后的激烈问答，也有过闲暇时的谈天聊地与溜冰场上的开心一刻。这里希望再次感谢凌燮亭教授及黄维康教授，CAT 实验室永远是一个让人羡慕的集体，我们每个人都曾经体会过听同学们说“你们 CAT 室真好”的自豪，每个曾经在 CAT 室学习与生活过的人也都会永远记住这一段难忘的美好时光。

最后再以此文献给养育我的父母，疼爱我的姐姐、姐夫，以及我刚满月不久的可爱的小外甥黄佳睿。不会忘记电话那边传来的亲人的鼓励与关爱，也希望将来小外甥长大后，能够因为有一个好舅舅而自豪。